

# TDP015 Grunder i matematik och logik

## Dugga 5: Grafteori

### Namn och LiU-ID:

En stad planerar ett nätverk av gångvägar mellan 10 sevärdheter. Varje sevärdhet är direkt förbunden med minst 5 andra sevärdheter. Nätverket är en enkel och sammanhängande graf, vilket innebär att:

- det finns inga dubbla vägar mellan samma två sevärdheter,
- det finns inga vägar från en sevärdhet till sig själv, och
- det går att ta sig mellan varje par av sevärdheter via någon följd av vägar.

Går det att besöka alla sevärdheter exakt en gång och sedan komma tillbaka till startpunkten? Motivera ditt svar med hjälp av Diracs sats:

**Sats (Dirac).** Om en graf med  $n \geq 3$  noder är enkel och sammanhängande och

$$\deg(v) \geq \frac{n}{2} \quad \text{för alla nod } v,$$

så är grafen Hamiltonsk.

Staden vill också att man kan passera alla gångvägar exakt en gång och sedan återvända till startpunkten. Är detta möjligt i det givna nätverket?

### Lösning

Det följer av Diracs sats att grafen är Hamiltonsk. Det går alltså att besöka alla sevärdheter exakt en gång och återvända till startpunkten.

Det är inte säkert möjligt att passera alla gångvägar exakt en gång och återvända till startpunkten (Eulercykel), eftersom vi saknar information om alla noder har jämn grad.