TDDI16 – Föreläsning 4

Fler abstrakta datatyper

Filip Strömbäck

LINKÖPING UNIVERSITY

Planering

Vecka	Fö	Lab
35	Komplexitet, Linjära strukturer	----
36	Träd, AVL-träd	1---
37	Hashning, meet-in-the-middle	12--
38	Grafer och kortaste vägen	-23-
39	Fler grafalgoritmer	--3-
40	Sortering	--34
41	Repetition	---4

LINKÖPING UNIVERSITY

Trädtraversering

```
class Node {
public:
  Node(int v, Node *l, Node *r) :
    v{v}, l{l}, r{r} {}

  int v;
  Node *l;
  Node *r;
};
```

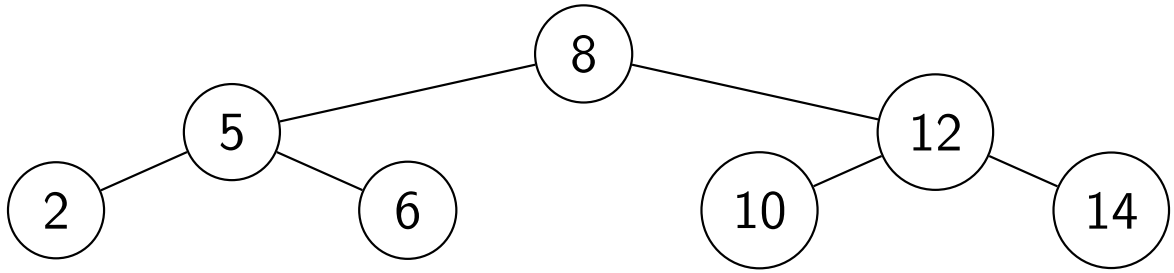
Trädtraversering

```
void traverse(Node *n) {
  if (!n)
    return;

  // 1
  traverse(n->l);
  // 2
  traverse(n->r);
  // 3
}
```

`cout << n->v << endl;` sätts in vid 1, 2 eller 3

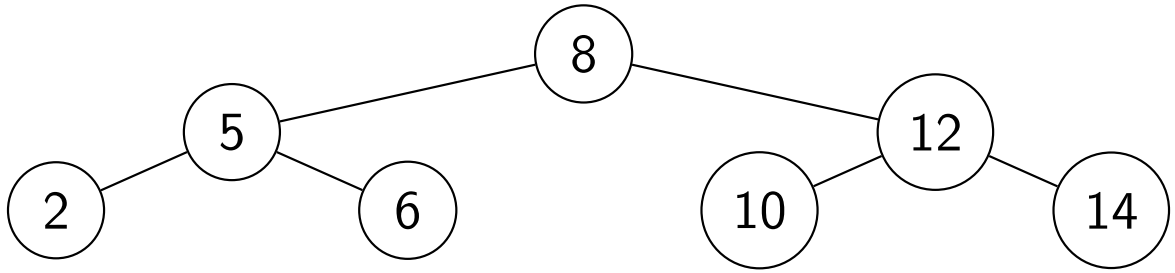
Preorder – innan rekursiva anrop




```
void traverse(Node *n) {
  if (!n)
    return;

  cout << n->v << endl;
  traverse(n->l);
  traverse(n->r);
}
```

Preorder – innan rekursiva anrop

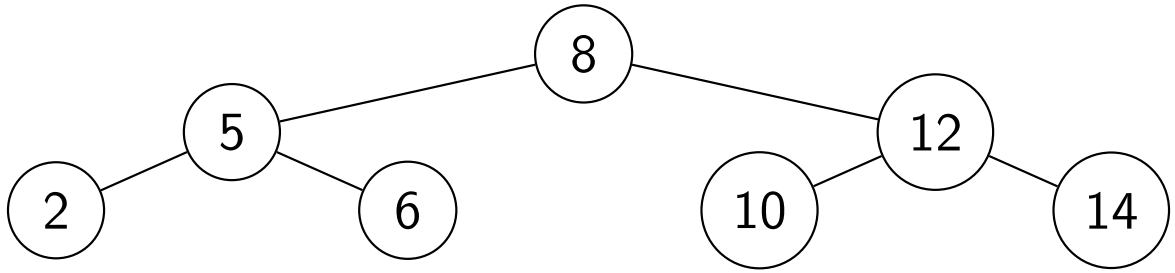



```
void traverse(Node *n) {
  if (!n)
    return;

  cout << n->v << endl;
  traverse(n->l);
  traverse(n->r);
}
```

Resultat: 8, 5, 2, 6, 12, 10, 14

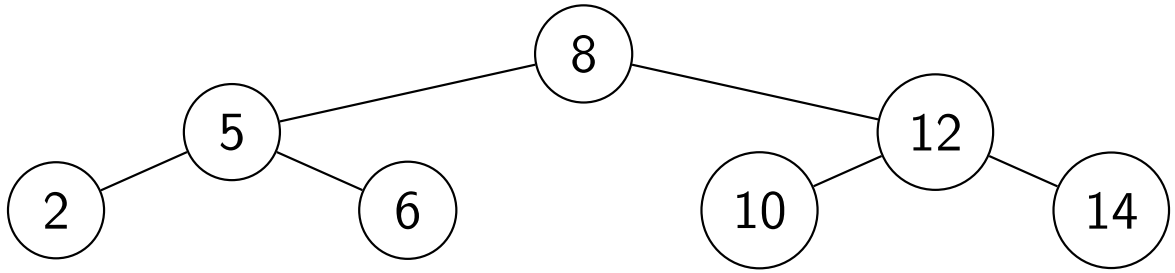
Inorder – mellan rekursiva anrop




```
void traverse(Node *n) {
  if (!n)
    return;

  traverse(n->l);
  cout << n->v << endl;
  traverse(n->r);
}
```

Inorder – mellan rekursiva anrop

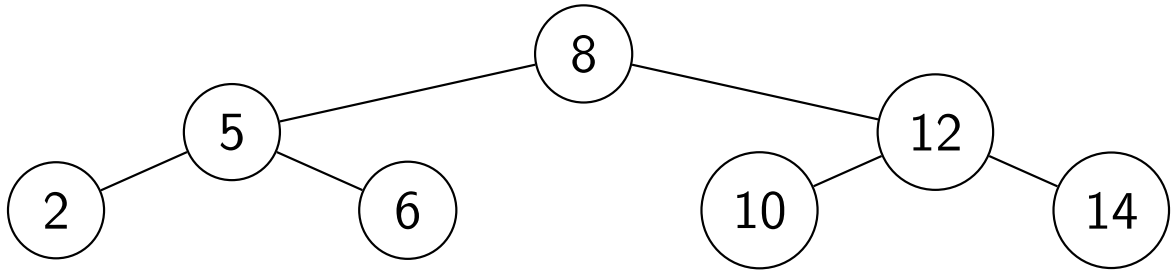



```
void traverse(Node *n) {
  if (!n)
    return;

  traverse(n->l);
  cout << n->v << endl;
  traverse(n->r);
}
```

Resultat: 2, 5, 6, 8, 10, 12, 14

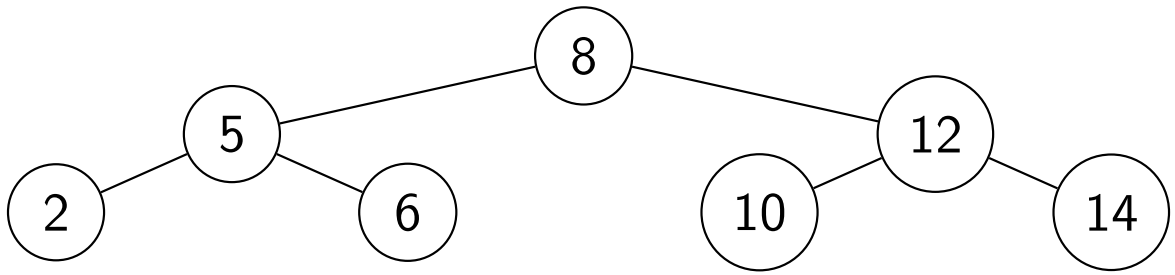
Postorder – efter rekursiva anrop




```
void traverse(Node *n) {
  if (!n)
    return;

  traverse(n->l);
  traverse(n->r);
  cout << n->v << endl;
}
```

Postorder – efter rekursiva anrop



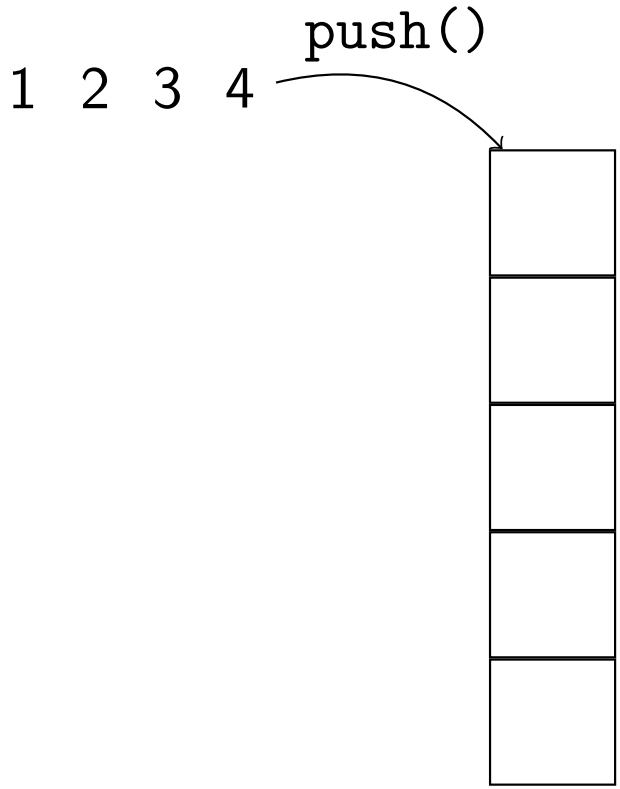

```
void traverse(Node *n) {
  if (!n)
    return;

  traverse(n->l);
  traverse(n->r);
  cout << n->v << endl;
}
```

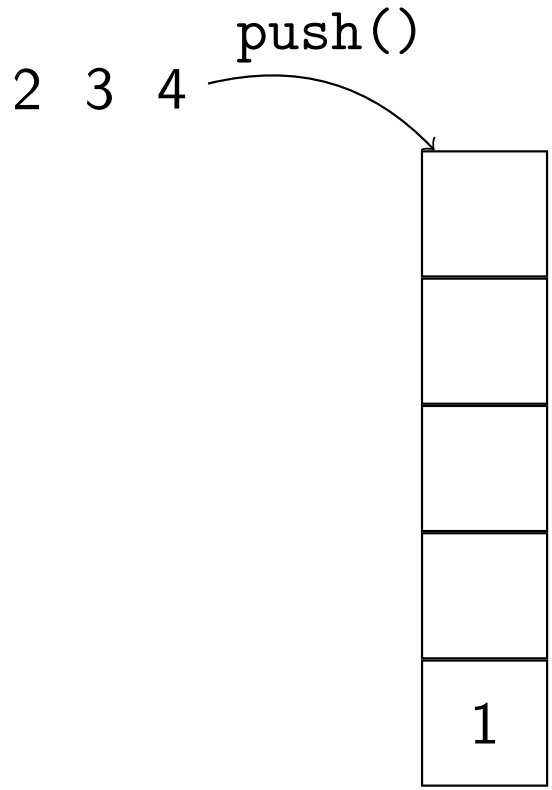
Resultat: 2, 6, 5, 10, 14, 12, 8

LINKÖPING UNIVERSITY

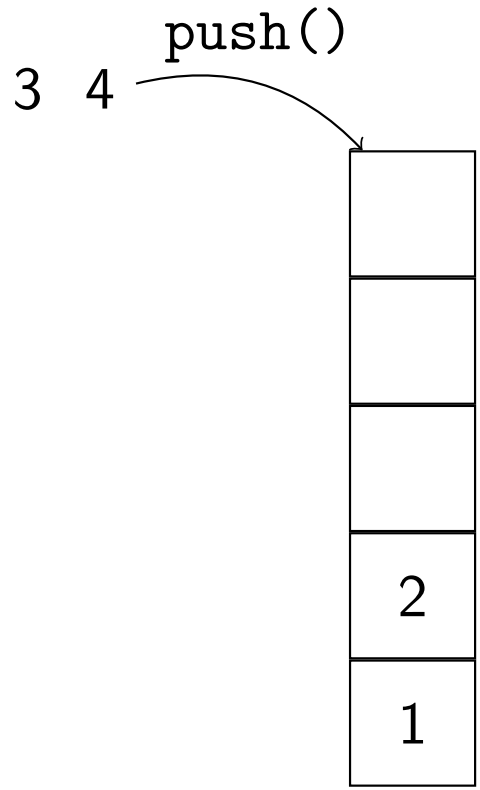
ADT stack



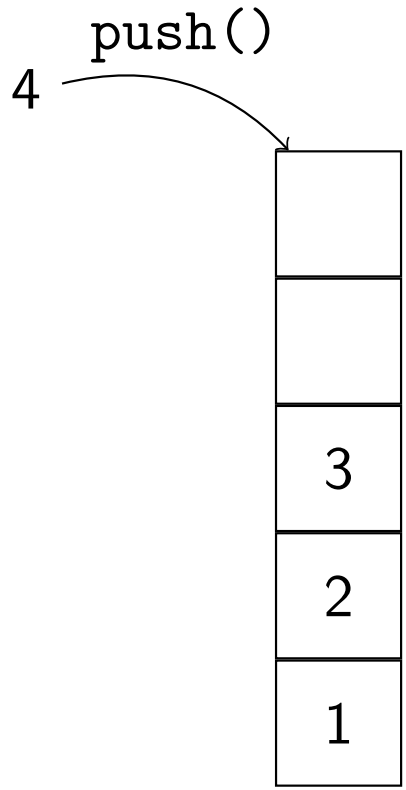
ADT stack



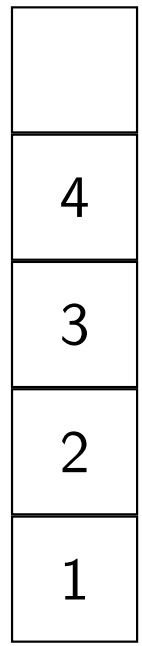
ADT stack



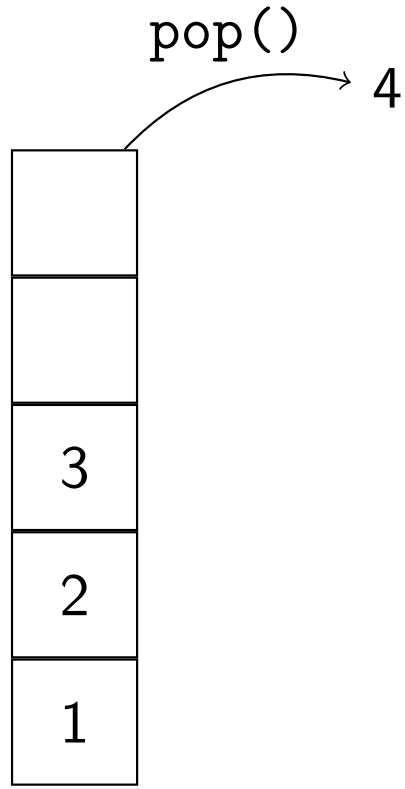
ADT stack



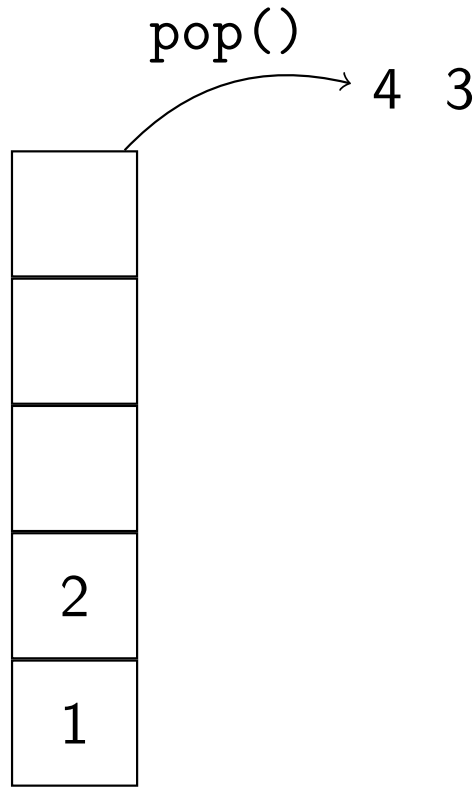
ADT stack



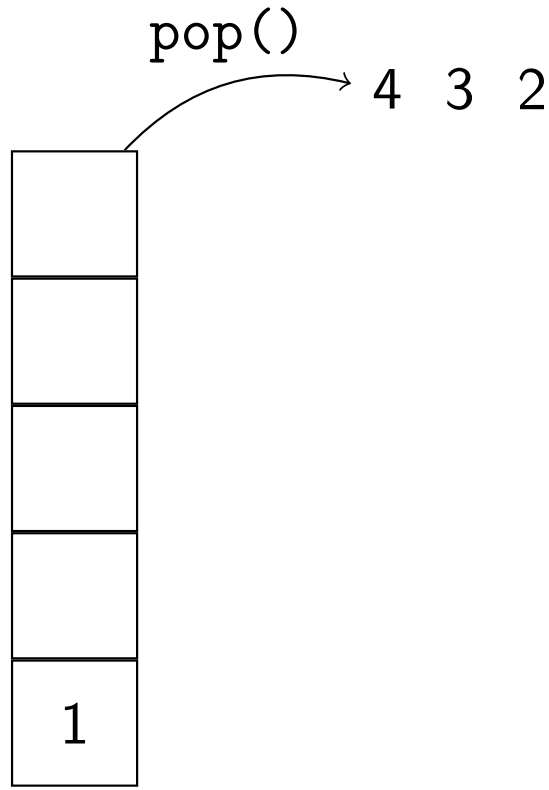
ADT stack



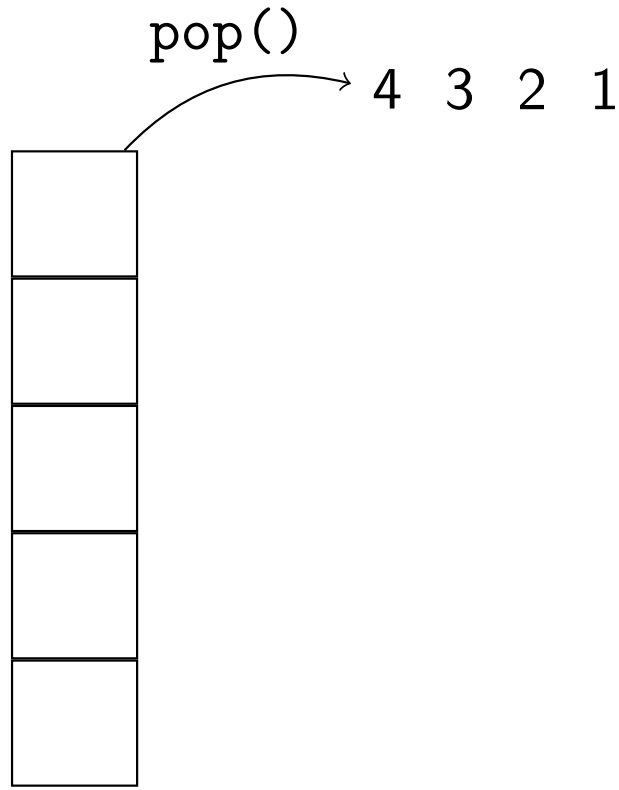
ADT stack



ADT stack



ADT stack



Implementation

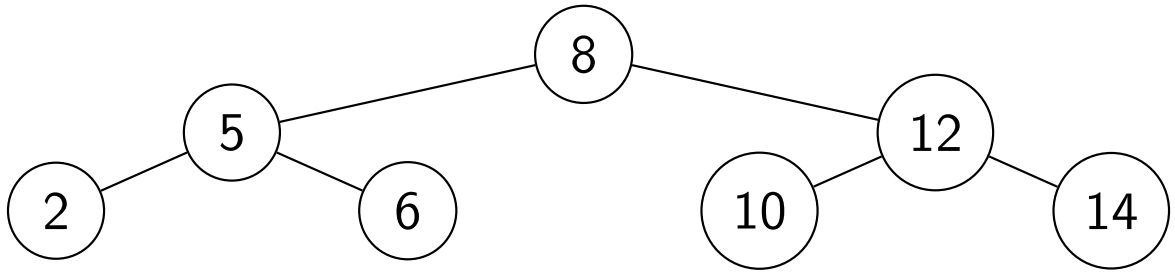
- Länkad lista
  - Kan ge sämre prestanda i och med pekarindirektioner
- Array
  - Måste ibland omallokeras
  - Hur hanterar vi långa sekvenser av `push()` och `pop()`?

Iterativ trädtraversering

```
void traverse(Node *root) {
  stack<Node *> s;
  s.push(root);
  while (!s.empty()) {
    Node *n = s.top(); s.pop();
    cout << n->v << endl;
    if (n->l) s.push(n->l);
    if (n->r) s.push(n->r);
  }
}
```

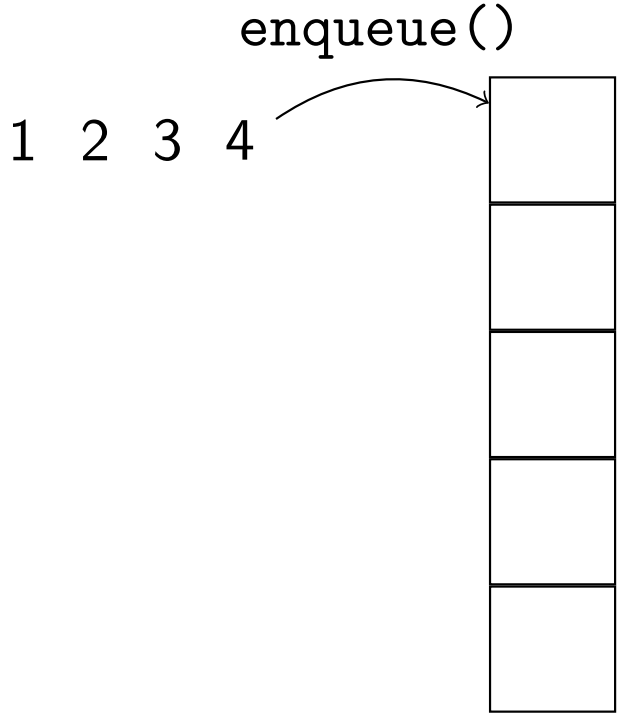
I vilken ordning traverseras trädet?

Iterativ trädtraversering

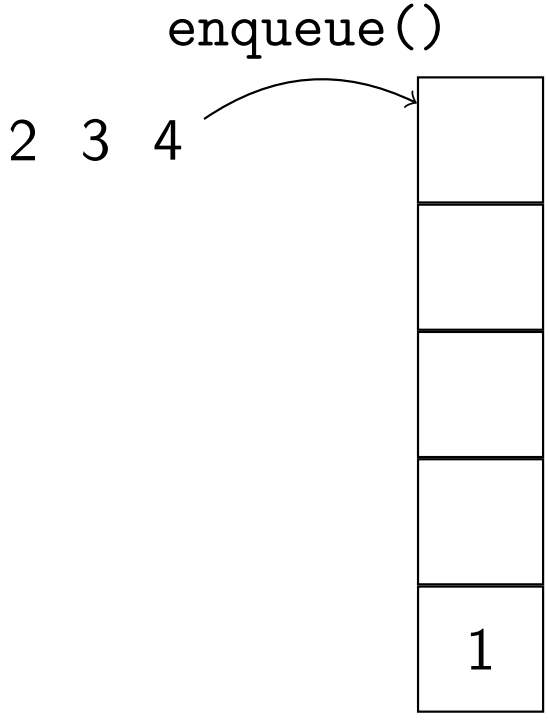



```
void traverse(Node *root) {
  stack<Node *> s;
  s.push(root);
  while (!s.empty()) {
    Node *n = s.top(); s.pop();
    cout << n->v << endl;
    if (n->l) s.push(n->l);
    if (n->r) s.push(n->r);
  }
}
```

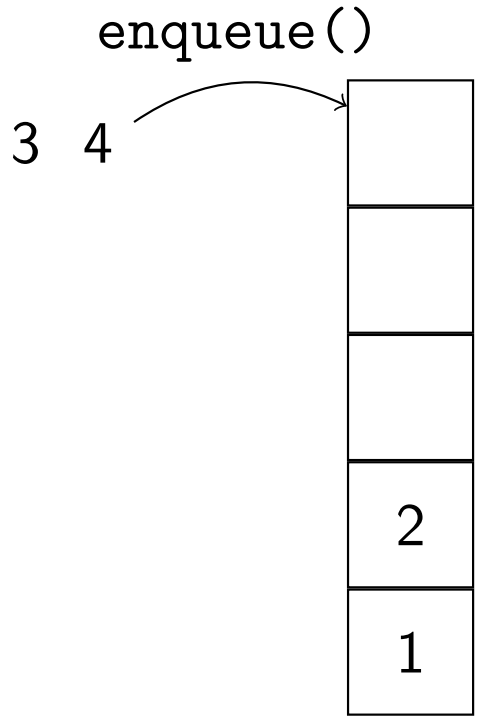
ADT kö



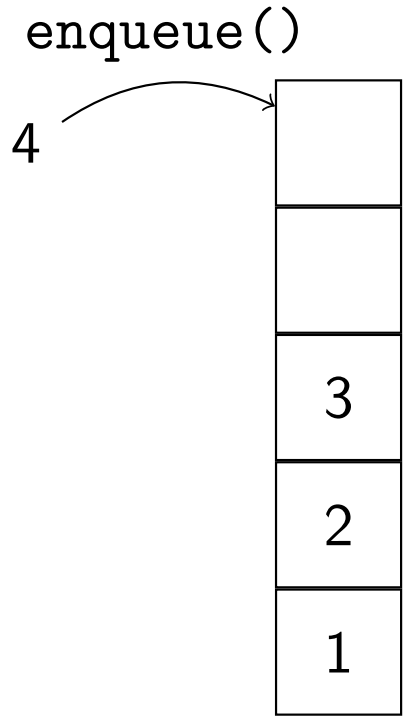
ADT kö



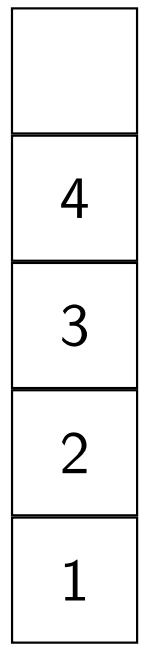
ADT kö



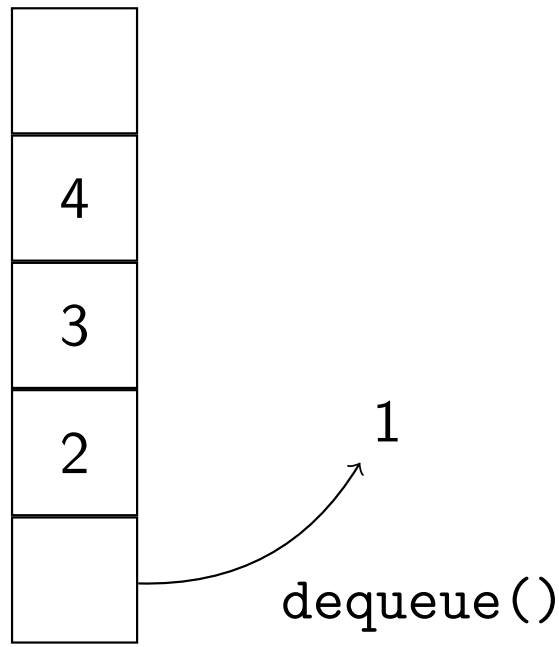
ADT kö



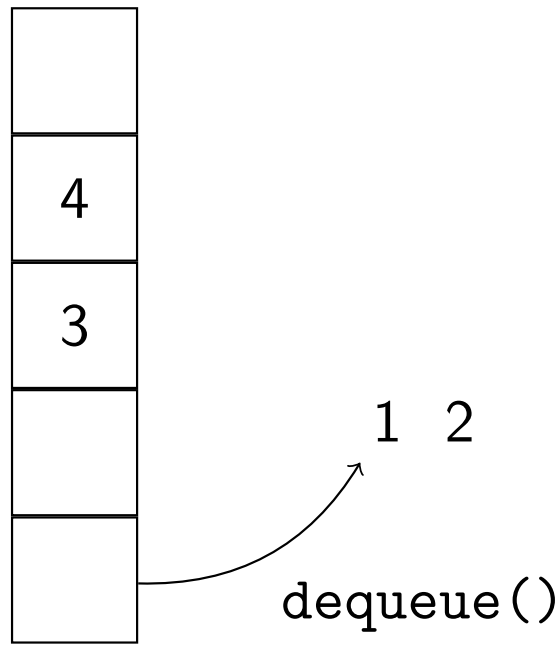
ADT kö



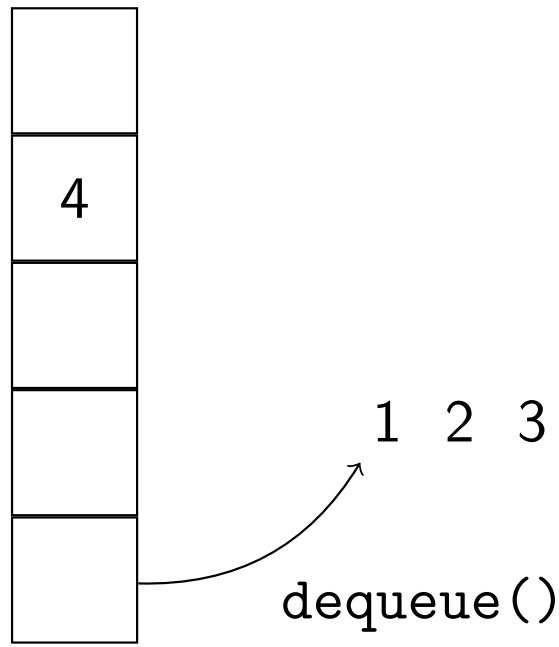
ADT kö



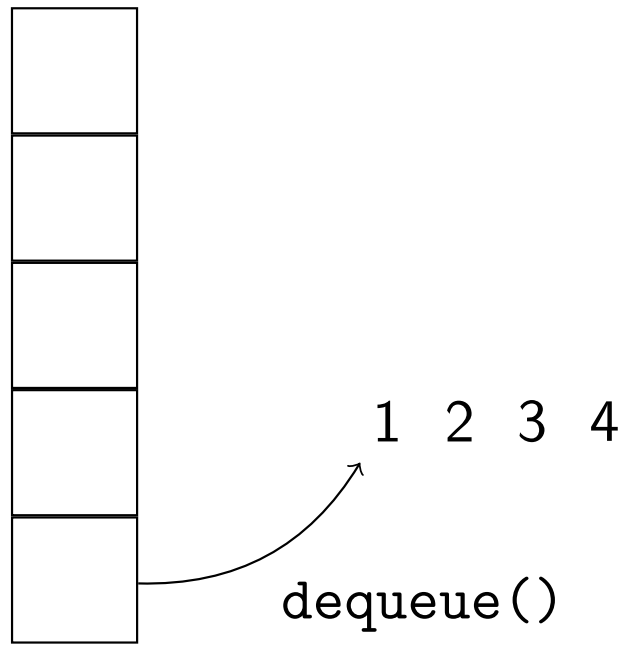
ADT kö



ADT kö



ADT kö



Implementation

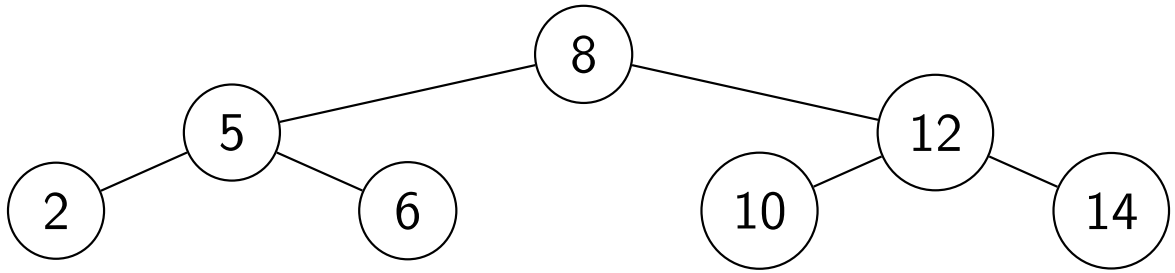
- Länkad lista
  - Kan ge sämre prestanda i och med pekarindirektioner
- Array
  - Måste ibland omallokeras
  - Hur hanterar vi långa sekvenser av `enqueue()` och `dequeue()`?

Iterativ trädtraversering

```
void traverse(Node *root) {
  queue<Node *> q;
  q.push(root);
  while (!q.empty()) {
    Node *n = q.front(); q.pop();
    cout << n->v << endl;
    if (n->l) q.push(n->l);
    if (n->r) q.push(n->r);
  }
}
```

I vilken ordning traverseras trädet?

Iterativ trädtraversering

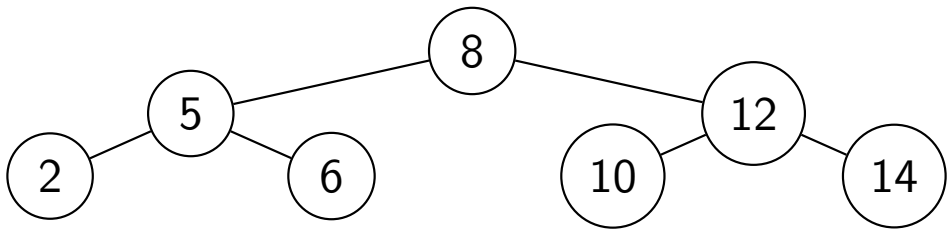



```
void traverse(Node *root) {
  queue<Node *> q;
  q.push(root);
  while (!q.empty()) {
    Node *n = q.front(); q.pop();
    cout << n->v << endl;
    if (n->l) q.push(n->l);
    if (n->r) q.push(n->r);
  }
}
```

Iterativ trädtraversering – Mer komplicerat

```
void traverse(Node *root) {
  stack<Node *> s;
  Node *current = root;
  while (current || !s.empty()) {
    while (current) {
      s.push(current);
      current = current->l;
    }
    current = s.top(); s.pop();
    cout << current->v << endl;
    current = current->r;
  }
}
```

Iterativ trädtraversering – Mer komplicerat




```
void traverse(Node *root) {
  stack<Node *> s;
  Node *current = root;
  while (current || !s.empty()) {
    while (current) {
      s.push(current);
      current = current->l;
    }
    current = s.top(); s.pop();
    cout << current->v << endl;
    current = current->r;
  }
```

Problem

Du driver ett nöjesfält. Du har iakttagit att ingen gillar att köa till attraktionerna, och du funderar därför på att introducera ett nytt kösystem.

Idén är enkel: besökarna går till en terminal och scannar sin biljett (som innehåller ett unikt nummer). Systemet kommer sedan ihåg att besökaren vill åka, och visar sedan besökarens namn på en display vid attraktionen.

Hur ska systemet hålla reda på vilka som vill åka, och vems tur det är härnäst? Vilken datastruktur ska vi använda?

Förbättring(?) av kösystemet

Ditt kösystem har fungerat bra ett antal månader, men du funderar fortfarande på hur det kan förbättras. Du funderar på att låta personer som ogillar att vänta i kö betala för att få en bättre plats i kön.

I stället för att låta personer betala ett fast pris för att få stå i den ”snabba” kön tänker du dig ett system liknande en auktion: när attraktionen blir ledig får den som har betalat mest just då gå först i kön.

Hur kan vi implementera detta på ett effektivt sätt?

ADT prioritetskö

Har följande operationer:

- `enqueue()` - Lägger till ett element
- `max()` - Hittar det största elementet
- `dequeue()` - Tar bort det största elementet

Hur implementerar vi en prioritetskö?

Olika implementationer

	`vector`	Sökträd
`enqueue()`		
`max()`		
`dequeue()`		

Olika implementationer

	`vector`	Sökträd
`enqueue()`	$\mathcal{O}(1)$	
`max()`	$\mathcal{O}(n)$	
`dequeue()`	$\mathcal{O}(n)$	

Olika implementationer

	`vector`	Sökträd
`enqueue()`	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(\log(n))$
`max()`	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$
`dequeue()`	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$

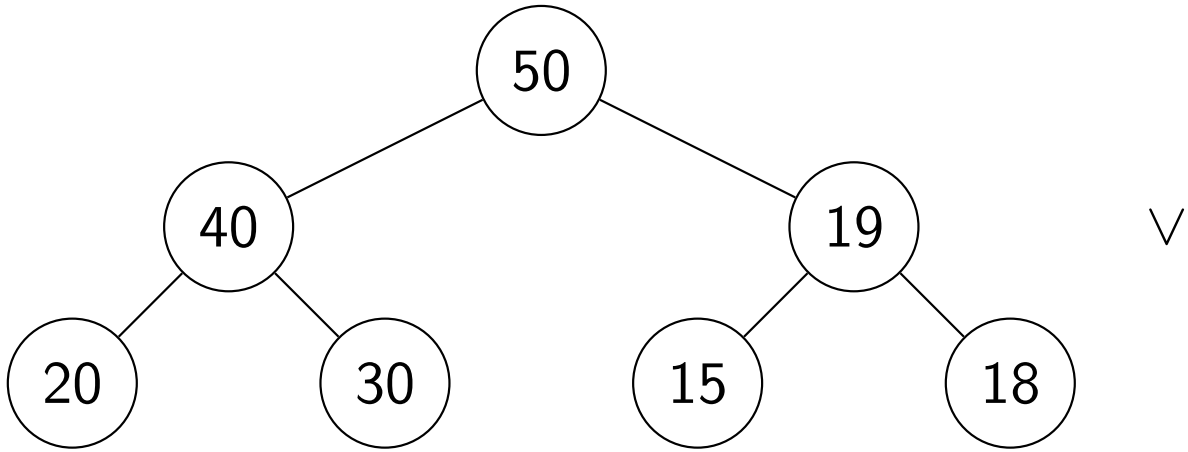
Olika implementationer

	`vector`	Sökträd	Heap
`enqueue()`	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(\log(n))$	$\mathcal{O}(\log(n))$
`max()`	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$	$\mathcal{O}(1)$
`dequeue()`	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$	$\mathcal{O}(\log(n))$

Ett sökträd verkar innehålla mer struktur än vi behöver

Heap

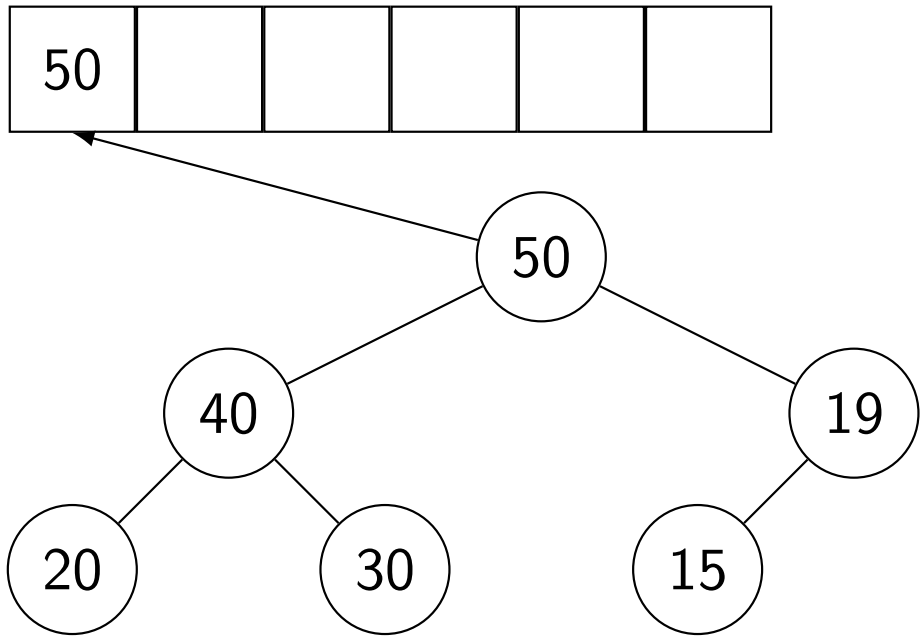
Idé: Vi ordnar ett träd från rot till löv i stället för höger till vänster



V

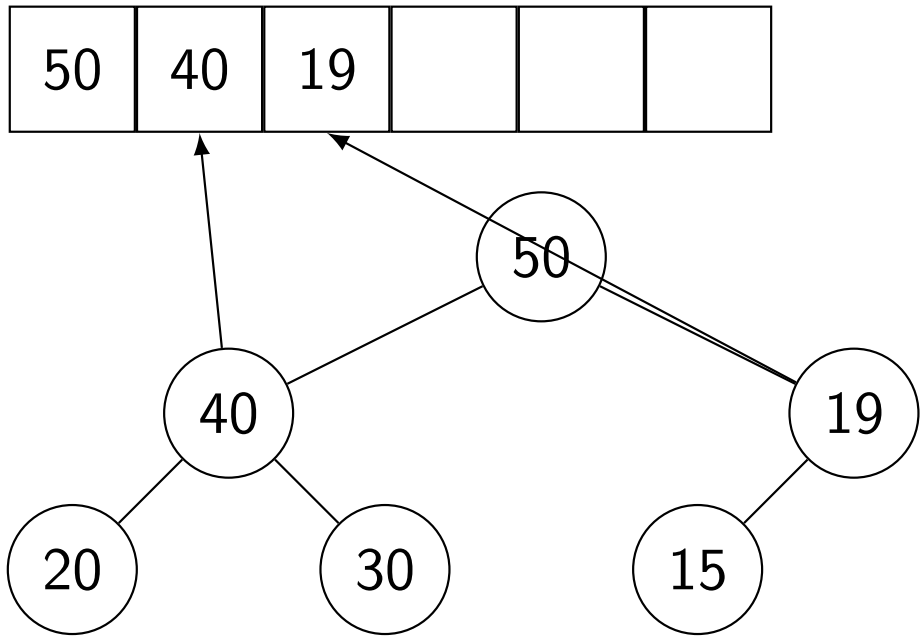
Lagring av en heap

Vi kan se till att trädet alltid är **komplett**, så vi kan lagra det lager för lager i en array!



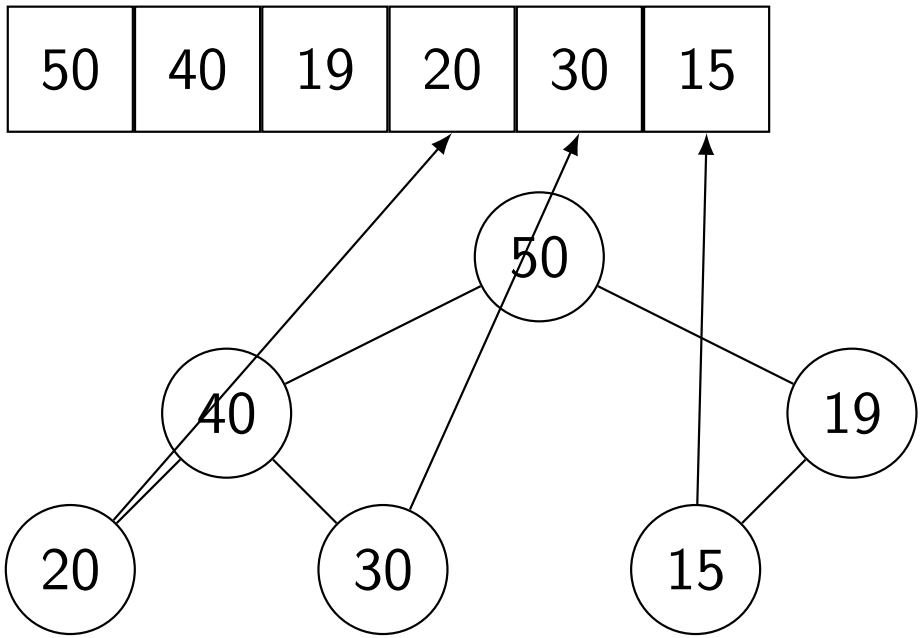
Lagring av en heap

Vi kan se till att trädet alltid är **komplett**, så vi kan lagra det lager för lager i en array!



Lagring av en heap

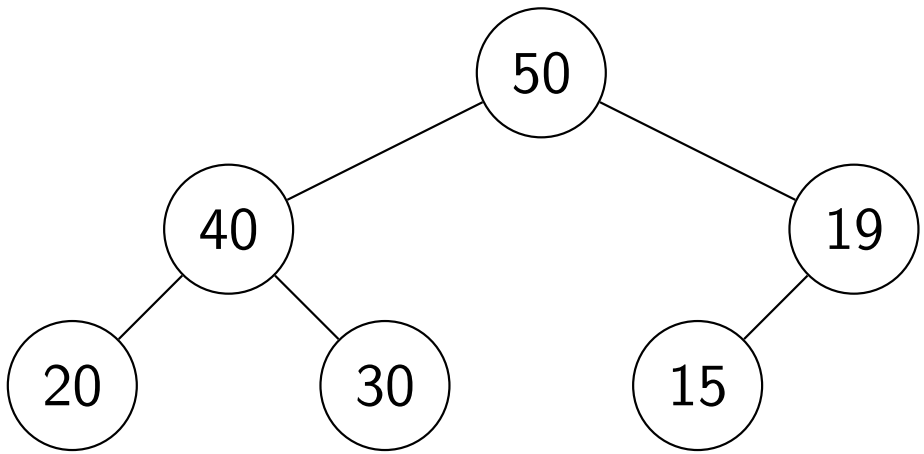
Vi kan se till att trädet alltid är **komplett**, så vi kan lagra det lager för lager i en array!



Lagring av en heap

Vi kan se till att trädet alltid är **komplett**, så vi kan lagra det lager för lager i en array!

50	40	19	20	30	15



Insättning

Observation: Vi kan bara sätta in saker sist i arrayen (längst ner till höger i trädet), annars är det inte längre komplett.

1. Sätt in elementet sist
2. Flytta det sedan uppåt tills heapegenskapen är uppfylld (*sift-up*)

Exempel: Sätt in 45

Borttagning

Observation: Vi kan bara ta bort saker sist i arrayen (längst ner till höger i trädet), annars är det inte längre komplett.

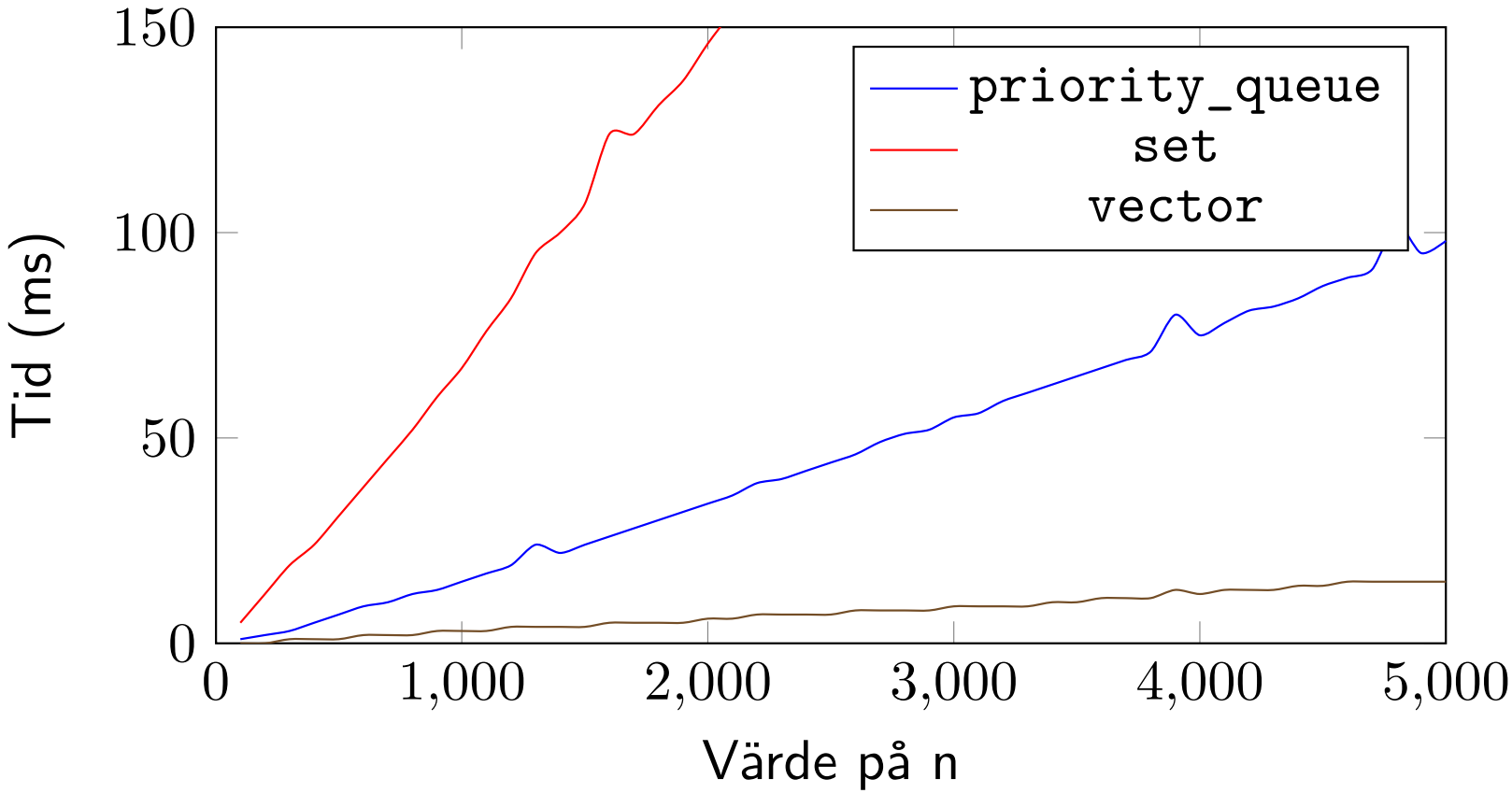
1. Byt plats på rotnoden och det sista elementet
2. Ta bort det sista elementet
3. Flytta det nya rotelemented nedåt tills heapegenskapen är uppfylld (*sift-down*)

Make-heap

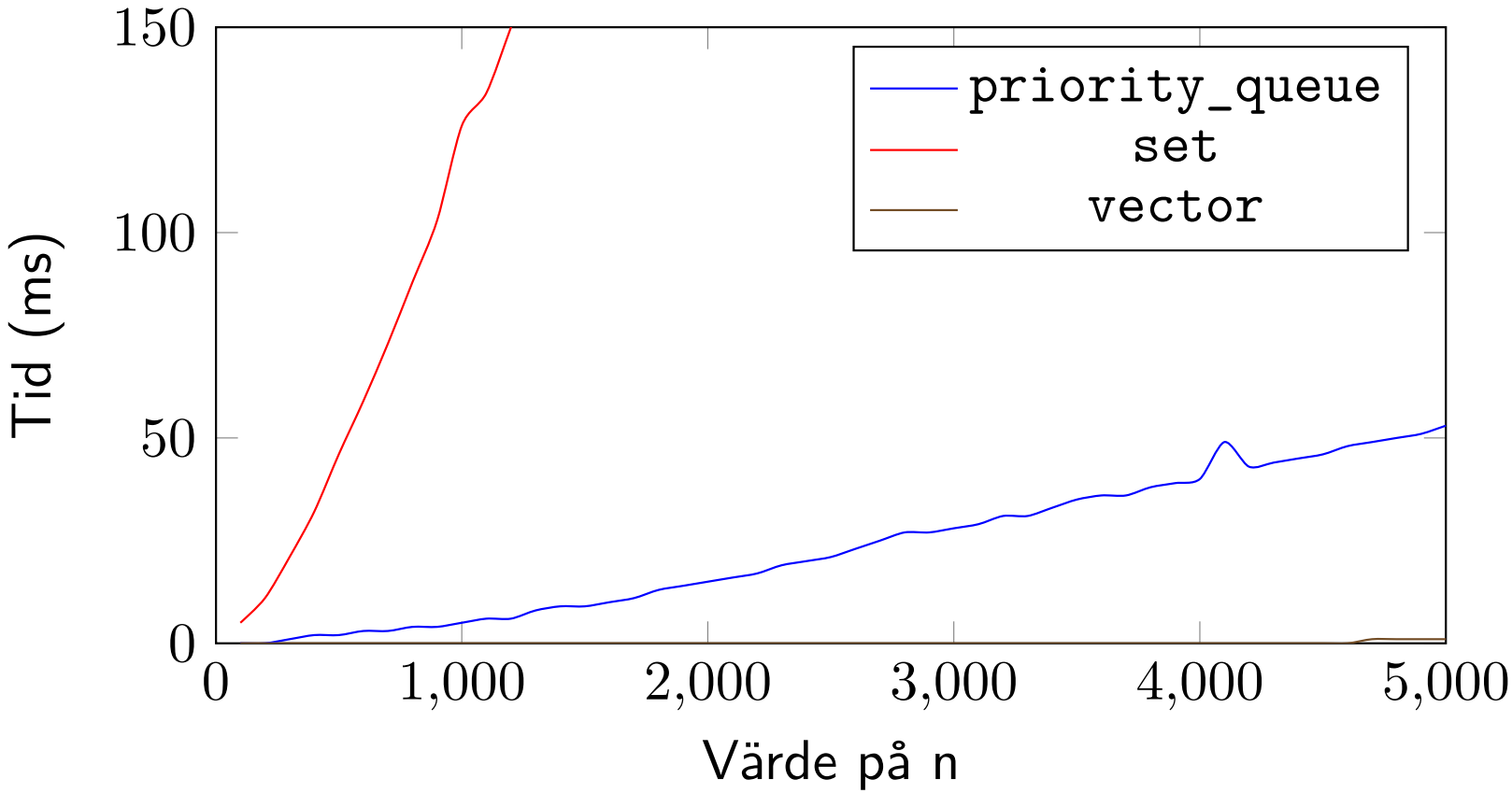
Om vi har en uppsättning element som vi vill skapa en heap av kan vi använda operationen *make-heap*, som kör i $\mathcal{O}(n)$ tid, i stället för den $\mathcal{O}(n \log(n))$ tid det tar att sätta in elementen ett och ett.

1. Börja med den första noden som har barn från slutet av arrayen:
2. Kör *sift-down* på den noden
3. Upprepa för alla noder som ligger på lägre index i arrayen

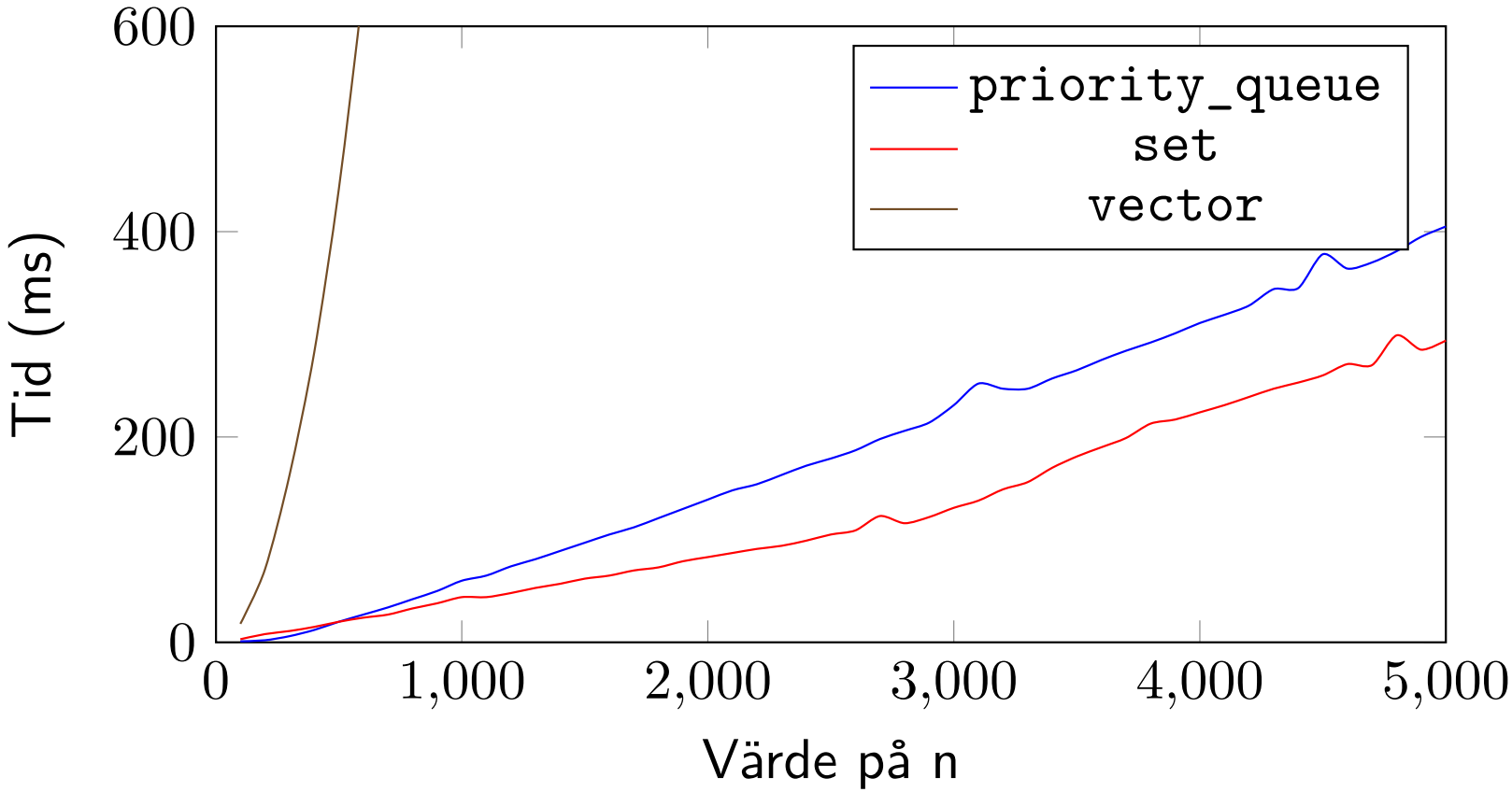
Test av insättning (1000 körningar per gång)



Test av `make_heap` (1000 körningar per gång)



Test av borttagning (tar bort n element 1000 gånger)



LINKÖPING UNIVERSITY

Problem

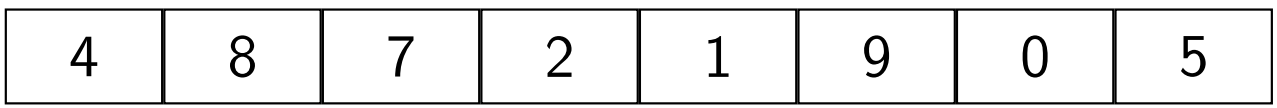
Du är en stor hyresvärd i staden. Du äger ett stort antal lägenheter, numrerade 1 till n. Under ditt dagliga arbete är du ofta i behov av att snabbt få svar på frågan: Vad är den totala hyran för ett eller flera sammanhängande kvarter, det vill säga: Vad är hyran för lägenheterna a till b? I och med att du äger så många lägenheter ändras dessutom hyran ofta, så det får inte ta för lång tid att ändra hyran för en viss lägenhet.

Vi kan svara på frågan i $\mathcal{O}(n)$ tid med en enkel array. Kan det bli bättre än så?

Fenwickträd – Första idé

Operation: $+$

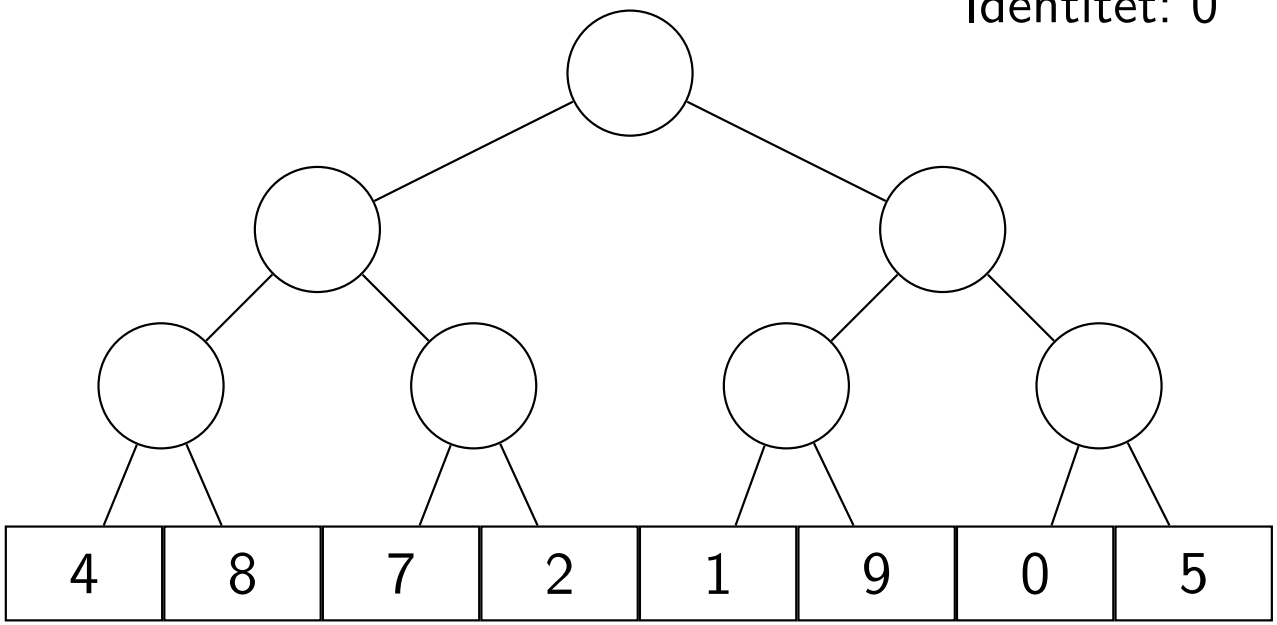
Identitet: 0



Fenwickträd – Första idé

Operation: $+$

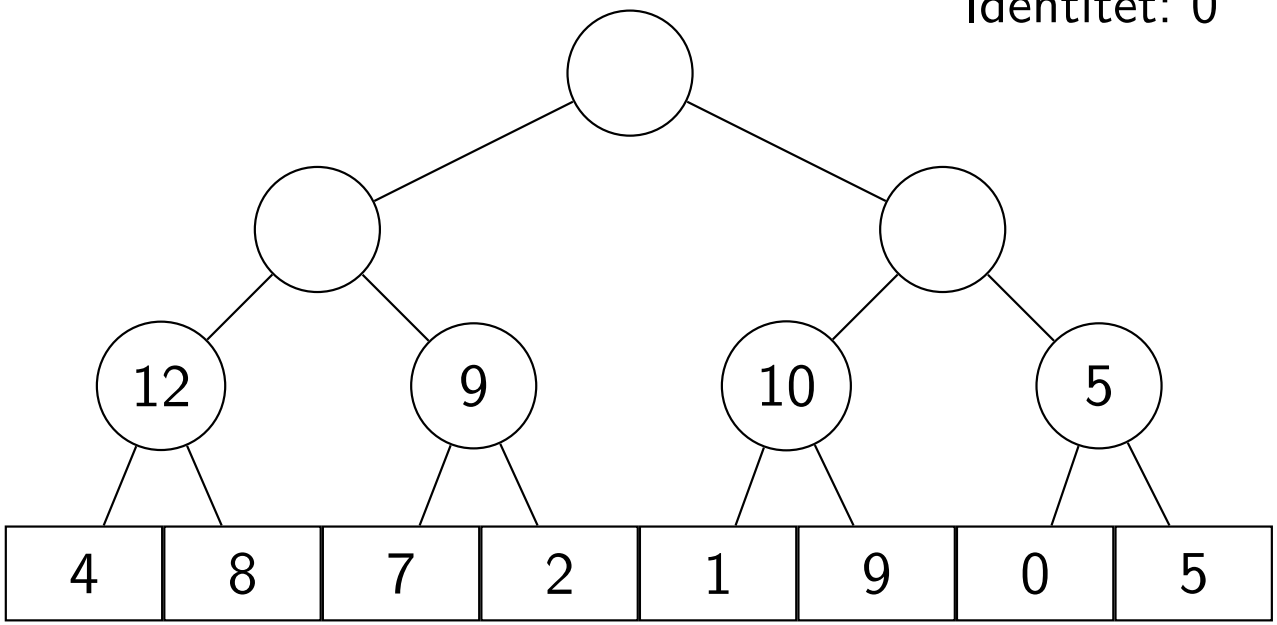
Identitet: 0



Fenwickträd – Första idé

Operation: $+$

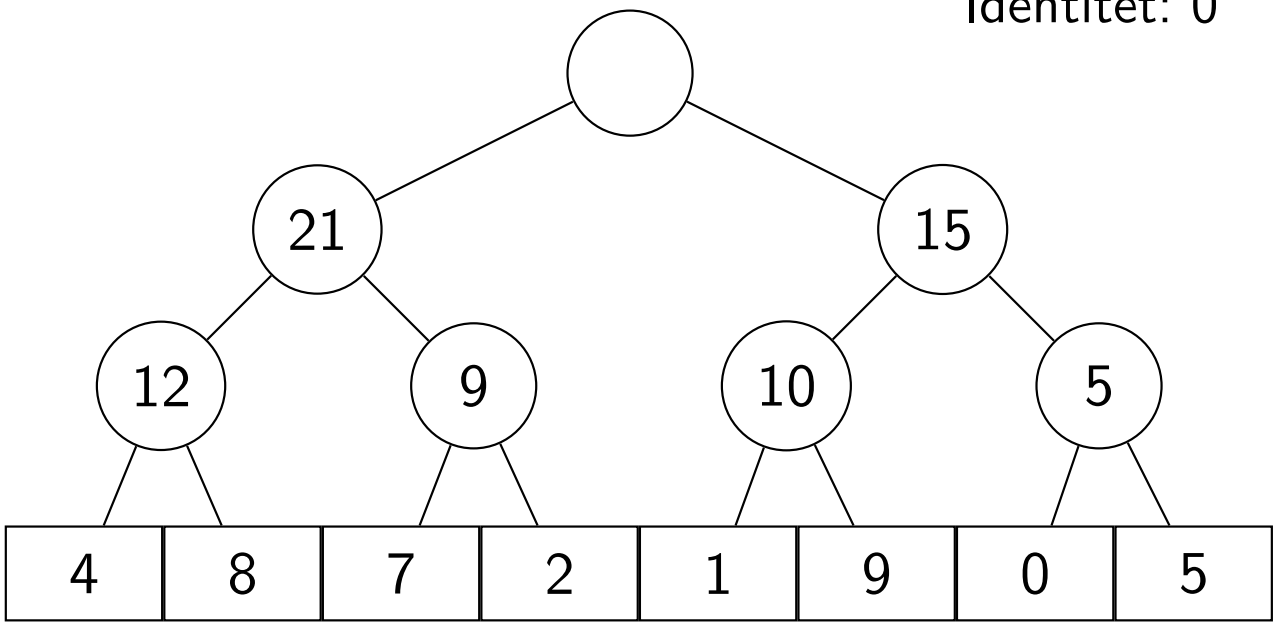
Identitet: 0



Fenwickträd – Första idé

Operation: $+$

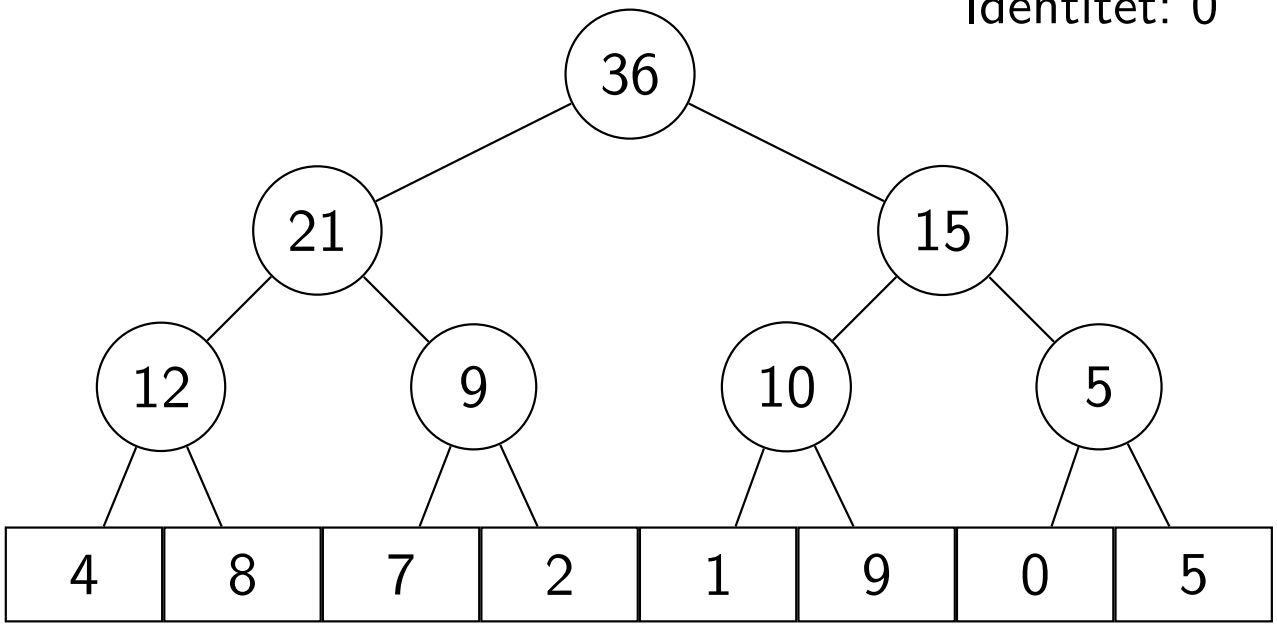
Identitet: 0



Fenwickträd – Första idé

Operation: $+$

Identitet: 0

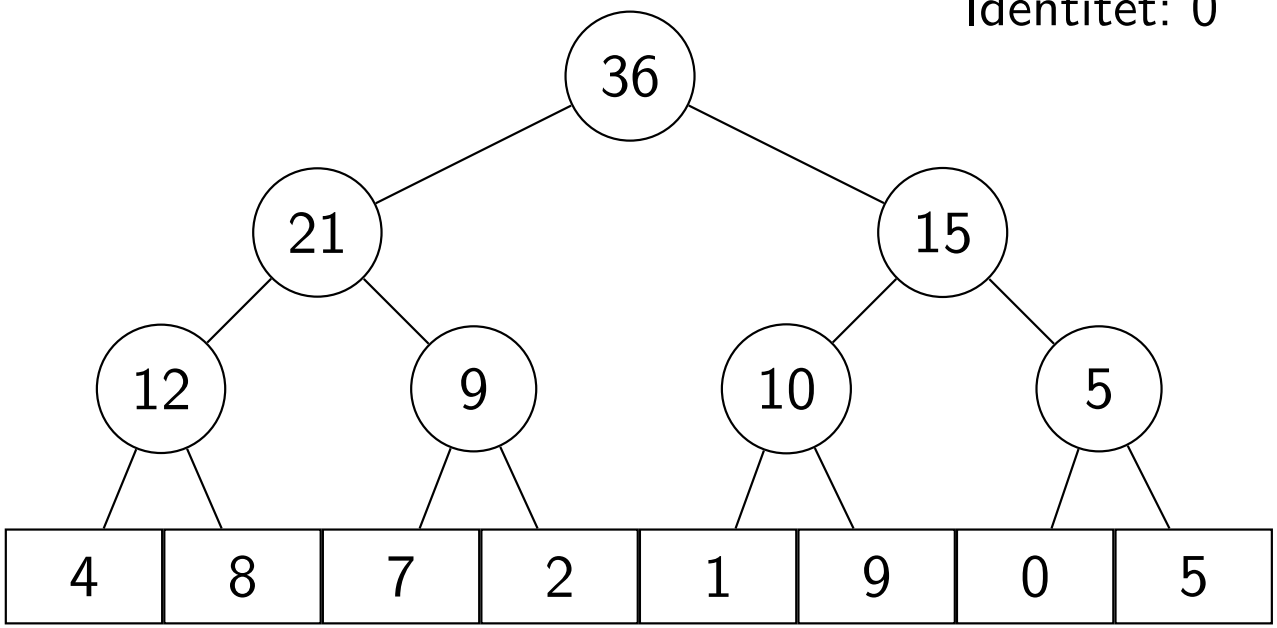


Komplett träd $\Rightarrow$ kan lagras i array!

Fenwickträd – Första idé

Operation: $+$

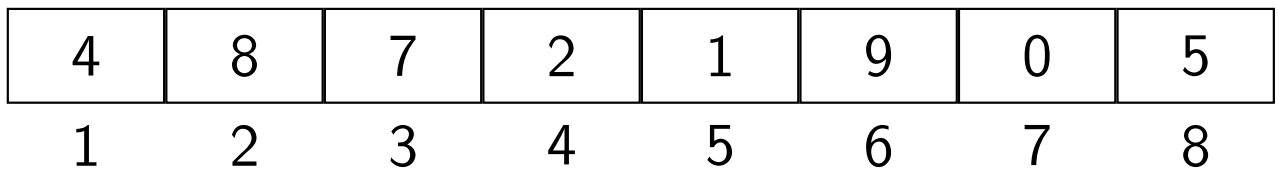
Identitet: 0



Vi kan hitta $s(0, n)$ och $s(a, b)$ (hur?)

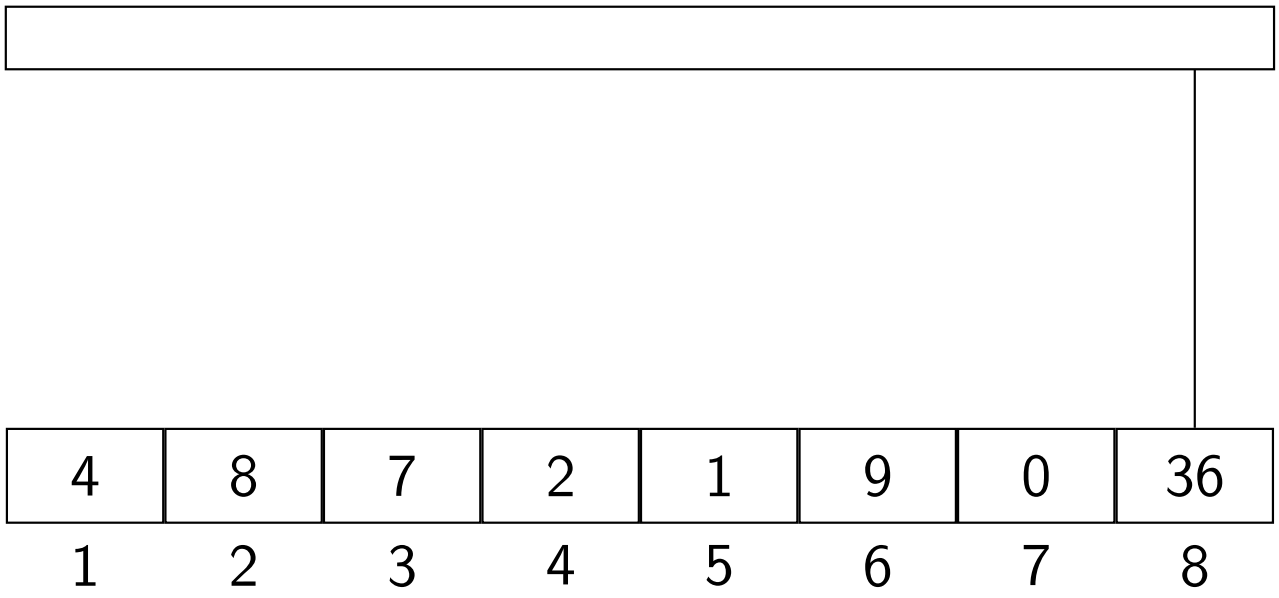
Fenwickträd

Om operationen är inverterbar: $s(a, b) = s(0, b) - s(0, a)$



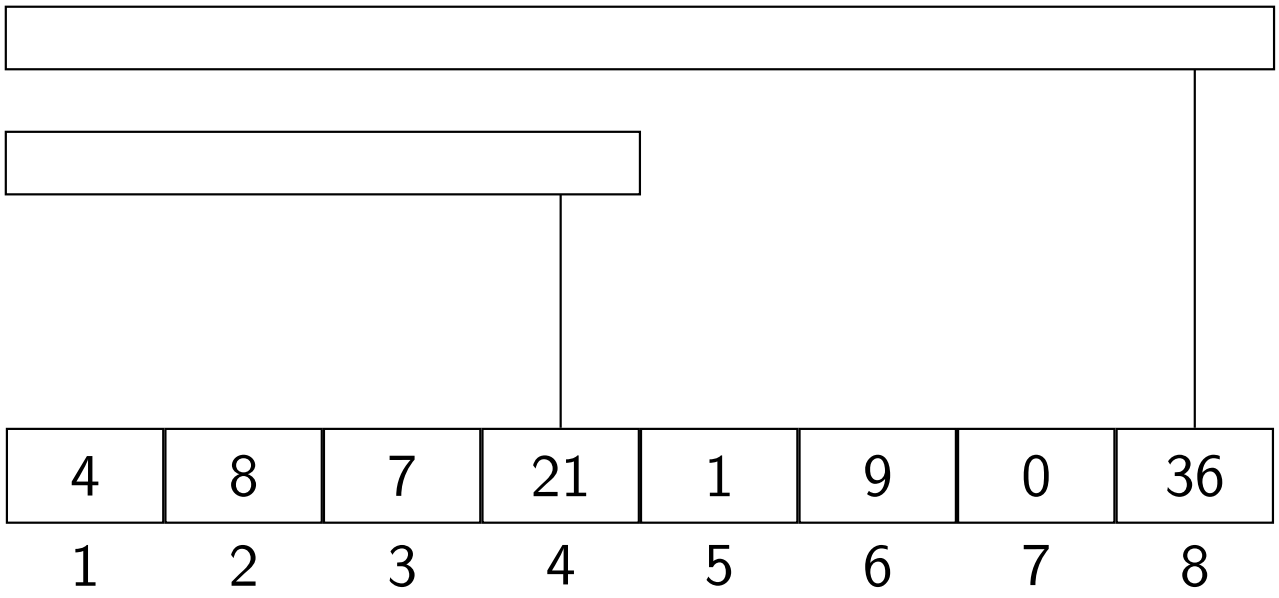
Fenwickträd

Om operationen är inverterbar: $s(a, b) = s(0, b) - s(0, a)$



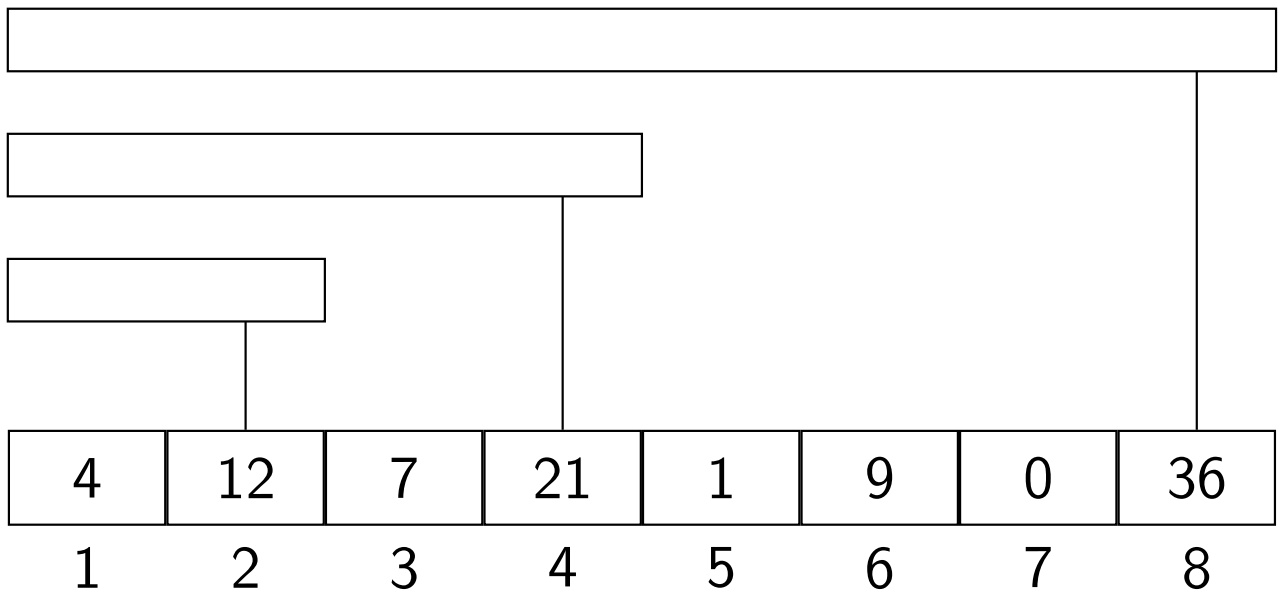
Fenwickträd

Om operationen är inverterbar: $s(a, b) = s(0, b) - s(0, a)$



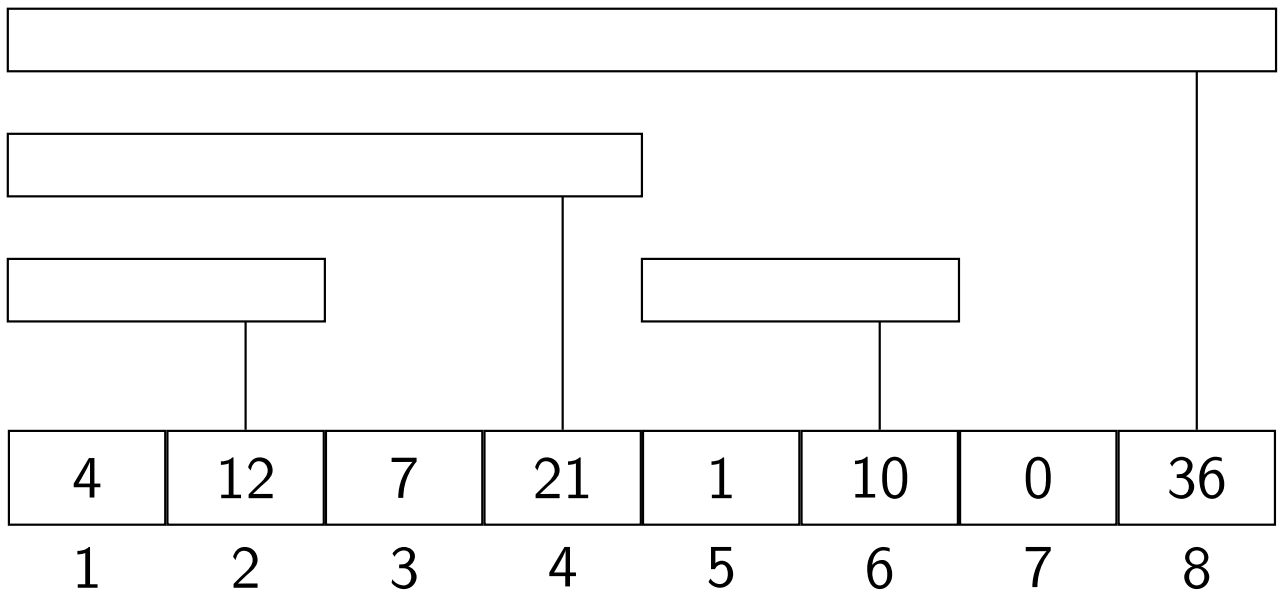
Fenwickträd

Om operationen är inverterbar: $s(a, b) = s(0, b) - s(0, a)$



Fenwickträd

Om operationen är inverterbar: $s(a, b) = s(0, b) - s(0, a)$



LINKÖPING UNIVERSITY

I kursen framöver

- Nästa föreläsning
  - Hashning (inför lab 2)
- Uppgifter i Kattis
  - `guessthedatastructure` (enkel)
    Gissa vilken datatyp som används
  - `chopwood` (svårare)
    Fundera på vad som händer när man ”tar isär” ett träd

Filip Strömbäck

www.liu.se