Linköpings Tekniska Högskola
Institutionen för Datavetenskap
Tommy Färnqvist

23 oktober 2012

TDDI16 Datastrukturer och algoritmer
Tentamen 2012-10-23, 14–18 (TER3, TER4)

Examinator:	Tommy Färnqvist
Jour:	Tommy Färnqvist (telefon 070 4547668).
Max poäng:	25 poäng (betyg 5 = 22p, 4 = 17p, 3 = 13p)
Hjälpmedel:	INGA HJÄLPMEDEL TILLÅTNA!!!

VÄNLIGEN IAKTTAG FÖLJANDE

- Lösningar till olika problem skall placeras enkelsidigt på separata blad. Skriv inte två lösningar på samma papper.
- Sortera lösningarna innan de lämnas in.
- MOTIVERA DINA SVAR ORDENTLIGT: avsaknad av, eller otillräckliga, förklaringar resulterar i poängavdrag. Även felaktiga svar kan ge poäng om de är korrekt motiverade.
- Om ett problem medger flera olika lösningar, t.ex. algoritmer med olika tidskomplexitet, ger endast optimala lösningar maximalt antal poäng.
- SE TILL ATT DINA LÖSNINGAR/SVAR ÄR LÄSBARA.
- Lämna plats för kommentarer.

Lycka till!

1. Vilka av följande påståenden är sanna och vilka är falska? Svar utan motivering ger inga poäng. (3 p)

   (a) Om $f(n) \in O(h(n))$ och $g(n) \in O(h(n))$, så gäller $f(n) \cdot g(n) \in O(h(n))$. (1)

   (b) $n \log_2(n) \in \Omega(n)$ (1)

   (c) Det finns en konstant k sådan att $3^{\log(n^2)} \in O(n^k)$ gäller. (1)

2. Ett polynom av grad n är ett uttryck på formen (5 p)

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots + a_n x^n$$

   där $a_0, \ldots, a_n$ är konstanter, $a_n \neq 0$ och x är en variabel över $\mathbb{R}$.

   (a) Ge pseudokod för en algoritm som, utgående från uttrycket ovan, beräknar värdet av ett polynom av grad n för ett givet värde på x. Analysera tidskomplexiteten för din algoritm under antagandet att x^i inte är en primitiv operation utan måste beräknas genom multiplikation. (2)

   (b) Beskriv en annan algoritm för att, under samma antaganden, beräkna värdet av ett polynom av grad n i tid $\Theta(n)$. (3)

3. Stackar och köer (6 p)

   (a) Beskriv hur en initialt tom stack ser ut efter varje operation i följande sekvens av operationer: (2)
   `push`(5), `push`(3), `pop`(), `push`(2), `push`(8), `pop`(), `pop`(), `push`(9), `push`(1), `pop`(), `push`(7), `push`(6), `pop`(), `pop`(), `push`(4), `pop`(), `pop`().

   (b) Beskriv hur en initialt tom kö ser ut efter varje operation i följande sekvens av operationer: (2)
   `enqueue`(5), `enqueue`(3), `dequeue`(), `enqueue`(2), `enqueue`(8), `dequeue`(), `dequeue`(), `enqueue`(9), `enqueue`(1), `dequeue`(), `enqueue`(7), `enqueue`(6), `dequeue`(), `dequeue`(), `enqueue`(4), `dequeue`(), `dequeue`().

   (c) Beskriv med pseudokod en algoritm med linjär tidskomplexitet för att vända på en kö Q. För att komma åt elementen i kön får du bara använda metoderna som finns i ADT Queue. I övrigt är det naturligtvis fritt att använda sig av extra strukturer av lämplig sort. (2)

4. Vi använder en array med indexen 0 till 6 för att implementera en öppet adresserad hashtabell av längd 7 med följande tabell som hashfunktion: (4 p)

nyckel	hashvärde
A	3
B	1
C	4
D	1
E	5
F	2
G	5

   Antag att linjär sondering (*linear probing*) används för att hantera kollisioner.

   (a) Visa hur arrayen ser ut efter att nycklarna har satts in i alfabetisk ordning: A, B, C, D, E, F, G. (2)

(b) Vilka av följande skulle kunna vara innehållet i arrayen efter att nycklarna har satts in i någon ordning? (2)

I.

0	1	2	3	4	5	6
G	B	D	F	A	C	E

II.

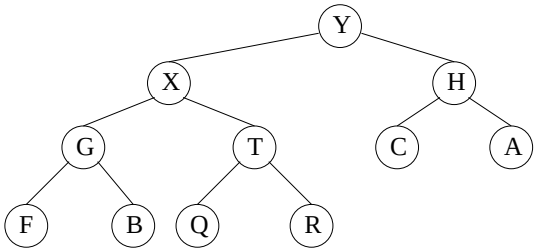
0	1	2	3	4	5	6
B	G	D	F	A	C	E

III.

0	1	2	3	4	5	6
E	G	F	A	B	C	D

5. Nycklarna i den här uppgiften om binära heapar är stora bokstäver och vi använder bokstavsordning för att sortera dessa nycklar. (3 p)

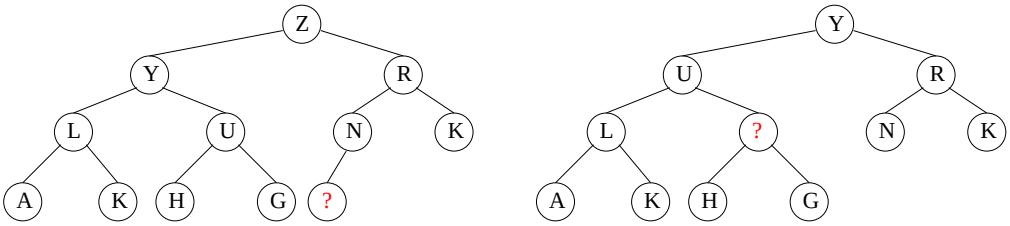
(a) Betrakta följande max-heap representerad som ett binärt träd. (1)



Visa hur en arrayrepresentation av heapen ser ut. (Du får själv välja om du vill använda en 0-indexerad eller 1-indexerad arrayrepresentation.)

(b) Sätt in nyckeln `P` i den binära heapen ovan. Illustrera vilka operationer som utförs och hur slutresultatet ser ut. (1)

(c) Ett anrop till `removeMax` genomförs på den binära heapen nedan till vänster. Resultatet av anropet illustreras av heapen nedan till höger. (1)



Vilka av nycklarna nedan skulle kunna vara nyckeln markerad med ett frågetecken i heaparna ovan?

`A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z`

6. En array är *bitonisk* om den innehåller en strikt ökande sekvens av nycklar omedelbart följd av en strikt avtagande sekvens av nycklar. Beskriv en algoritm som hittar den största nyckeln i en bitonisk array av längd N i tid proportionell mot $\log(N)$. (4 p)