

TDDI16 – Föreläsning 4

Fler abstrakta datatyper

Filip Strömbäck

Planering

Vecka	Fö	Lab
36	Komplexitet, Linjära strukturer	----
37	Träd, AVL-träd	1---
38	Hashing, meet-in-the-middle	12--
39	Grafer, graftraversering	-23-
40	Grafer, kortaste vägen	-23-
41	Sortering	--34
42	Repetition	---4

- 1 Trädtraversering
- 2 Stackar, köer och prioritetsskøer
- 3 Prioritetsskøer och heapar
- 4 Fenwickträd
- 5 Sammanfattning

Trädtraversering

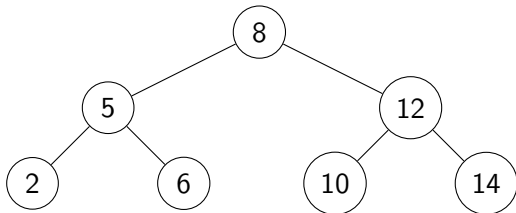
```
class Node {  
public:  
    Node(int v, Node *l, Node *r) :  
        v{v}, l{l}, r{r} {}  
  
    int v;  
    Node *l;  
    Node *r;  
};
```

Trädtraversering

```
void traverse(Node *n) {  
    if (!n)  
        return;  
  
    // 1  
    traverse(n->l);  
    // 2  
    traverse(n->r);  
    // 3  
}
```

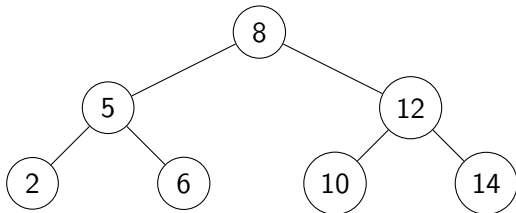
cout << n->v << endl; sätts in vid 1, 2 eller 3

Preorder – innan rekursiva anrop



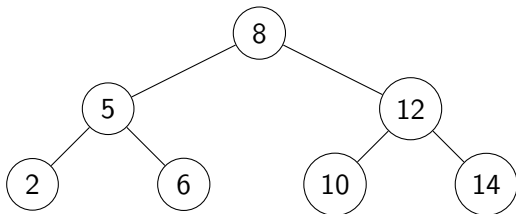
Resultat: 8, 5, 2, 6, 12, 10, 14

Inorder – mellan rekursiva anrop



Resultat: 2, 5, 6, 8, 10, 12, 14

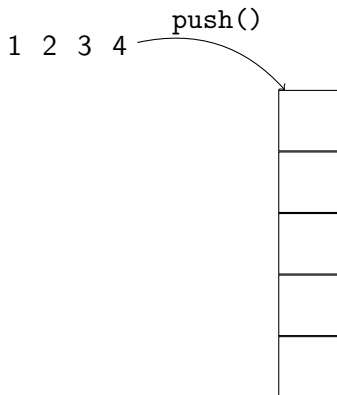
Postorder – efter rekursiva anrop



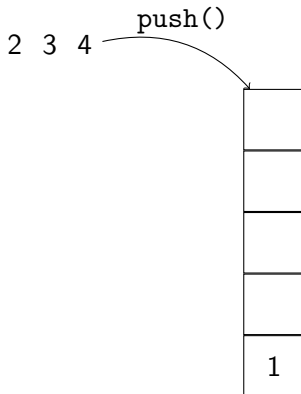
Resultat: 2, 6, 5, 10, 14, 12, 8

- 1 Trädtraversering
- 2 **Stackar, köer och prioritetköer**
- 3 Prioritetköer och heapar
- 4 Fenwickträd
- 5 Sammanfattning

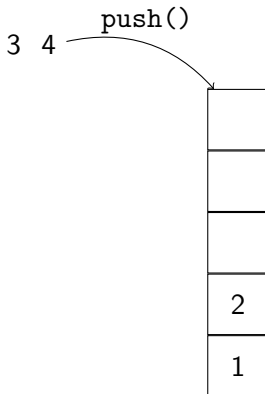
ADT stack



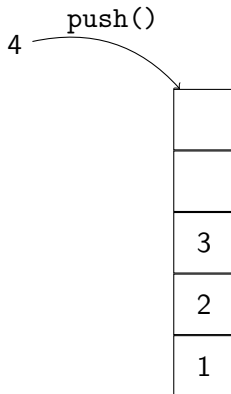
ADT stack



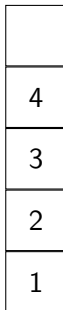
ADT stack



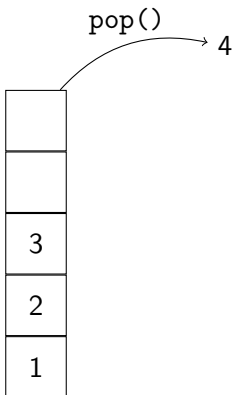
ADT stack



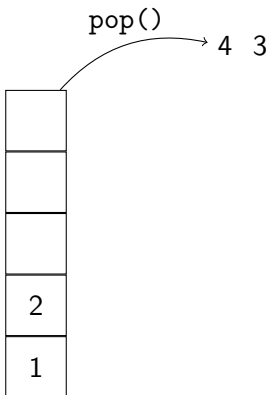
ADT stack



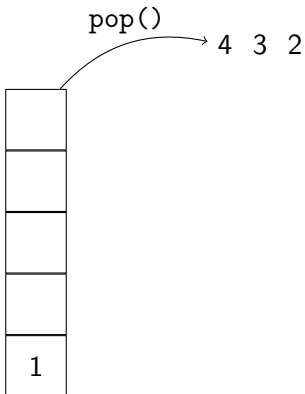
ADT stack



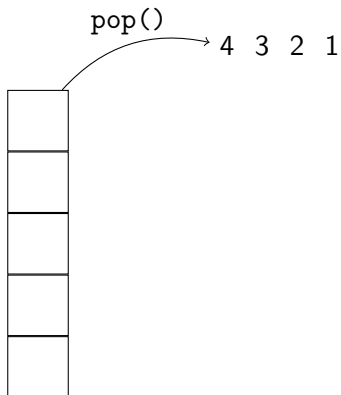
ADT stack



ADT stack



ADT stack



Implementation

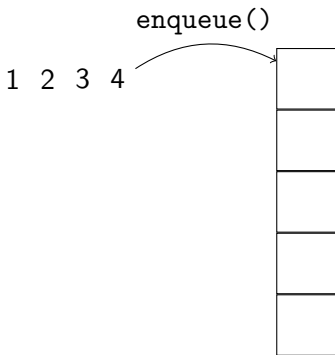
- Länkad lista
 - Kan ge sämre prestanda i och med pekarindirektioner
- Array
 - Måste ibland omallokeras

Iterativ trädtraversering

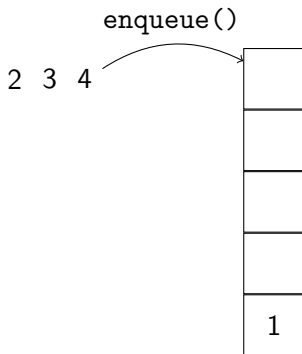
```
void traverse(Node *root) {
    stack<Node *> s;
    s.push(root);
    while (!s.empty()) {
        Node *n = s.top(); s.pop();
        cout << n->v << endl;
        if (n->l)
            s.push(n->l);
        if (n->r)
            s.push(n->r);
    }
}
```

I vilken ordning traverseras trädet?

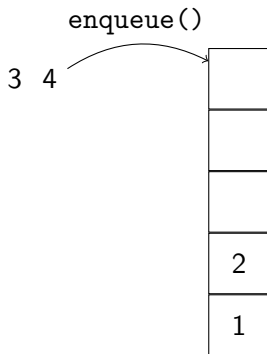
ADT kö



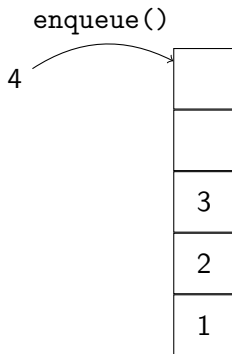
ADT kö



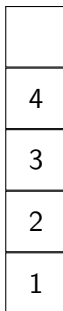
ADT kö



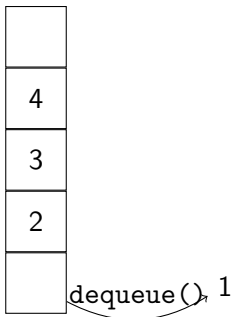
ADT kö



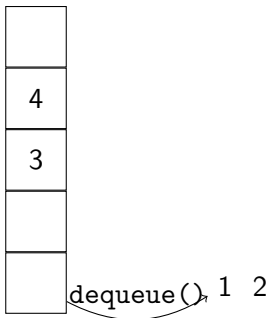
ADT kö



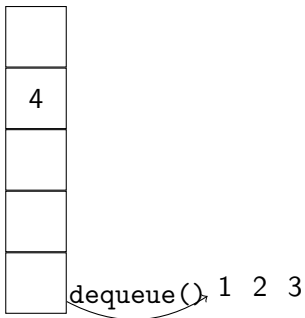
ADT kö



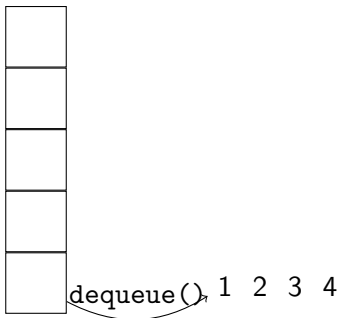
ADT kö



ADT kö



ADT kö



Implementation

- Länkad lista
 - Kan ge sämre prestanda i och med pekarindirektioner
- Array
 - Måste ibland omallokeras
 - Hur hanterar vi långa sekvenser av `enqueue()` och `dequeue()`?

Iterativ trädtraversering

```
void traverse(Node *root) {
    queue<Node *> q;
    q.push(root);
    while (!q.empty()) {
        Node *n = q.front(); q.pop();
        cout << n->v << endl;
        if (n->l)
            q.push(n->l);
        if (n->r)
            q.push(n->r);
    }
}
```

I vilken ordning traverseras trädet?

Problem

Du driver ett nöjesfält. Du har iakttagit att ingen gillar att köa till attraktionerna, och du funderar därför på att introducera ett nytt system med nummerlappar.

Idén är enkel: besökarna går till en terminal och trycker på en knapp för att få ett nummer (ett heltal). Systemet kommer sedan ihåg att besökaren vill åka, och visar sedan numret på en display vid attraktionen.

Hur ska systemet hålla reda på vilka som vill åka, och vems tur det är närmast? Vilken datastruktur ska vi använda?

Förbättring(?) av kösystemet

Ditt kösystem har fungerat bra ett antal månader, men du funderar fortfarande på hur det kan förbättras. Du funderar på att låta personer som ogillar att stå i kö betala för att få en bättre plats i kön.

I stället för att låta personer betala ett fast pris för att få stå i den "snabba" kön tänker du dig ett system liknande en auktion: när attraktionen blir ledig får den som har betalat mest just då gå först i kön.

Hur kan vi implementera detta på ett effektivt sätt?

- 1 Trädtraversering
- 2 Stackar, köer och prioritetsköer
- 3 Prioritetsköer och heapar**
- 4 Fenwickträd
- 5 Sammanfattning

ADT prioritetsskö

Har följande operationer:

- `enqueue()` - Lägger till ett element
- `max()` - Hittar det största elementet
- `dequeue()` - Tar bort det största elementet

Hur implementerar vi en prioritetsskö?

Olika implementationer

vector Sökträd Heap

enqueue()

max()

dequeue()

Olika implementationer

	vector	Sökträd	Heap
enqueue()	$\mathcal{O}(1)$		
max()	$\mathcal{O}(n)$		
dequeue()	$\mathcal{O}(n)$		

Olika implementationer

	vector	Sökträd	Heap
enqueue()	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(\log(n))$	
max()	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$	
dequeue()	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$	

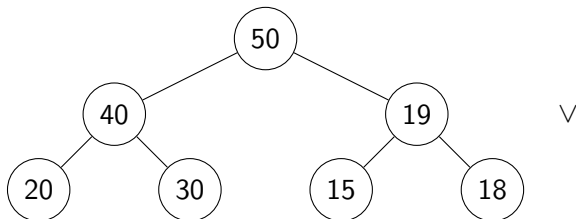
Olika implementationer

	vector	Sökträd	Heap
enqueue()	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(\log(n))$	$\mathcal{O}(\log(n))$
max()	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$	$\mathcal{O}(1)$
dequeue()	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(\log(n))$	$\mathcal{O}(\log(n))$

Ett sökträd verkar innehålla mer struktur än vi behöver

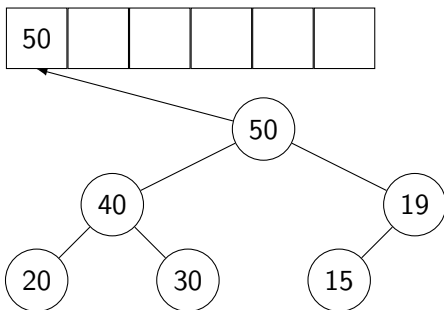
Heap

Idé: Vi ordnar ett träd från rot till löv i stället för höger till vänster



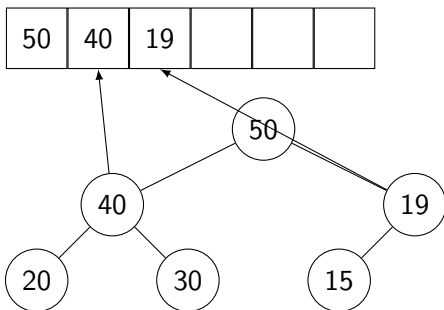
Lagring av en heap

Vi kan se till att trädet alltid är **komplett**, så vi kan lagra det lager för lager i en array!



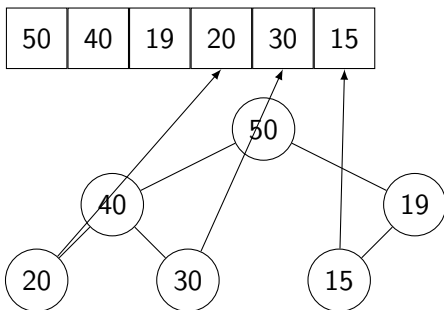
Lagring av en heap

Vi kan se till att trädet alltid är **komplett**, så vi kan lagra det lager för lager i en array!



Lagring av en heap

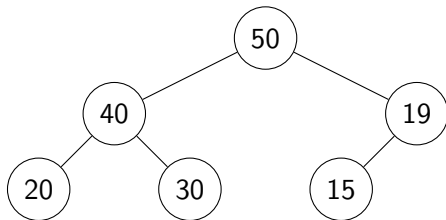
Vi kan se till att trädet alltid är **komplett**, så vi kan lagra det lager för lager i en array!



Lagring av en heap

Vi kan se till att trädet alltid är **komplett**, så vi kan lagra det lager för lager i en array!

50	40	19	20	30	15
----	----	----	----	----	----



Insättning

Observation: Vi kan bara sätta in saker sist i arrayen (längst ner till höger i trädet), annars är det inte längre komplett.

1. Sätt in elementet sist
2. Flytta det sedan uppåt tills heapegenskapen är uppfylld (*sift-up*)

Exempel: Sätt in 45

Borttagning

Observation: Vi kan bara sätta in saker sist i arrayen (längst ner till höger i trädet), annars är det inte längre komplett.

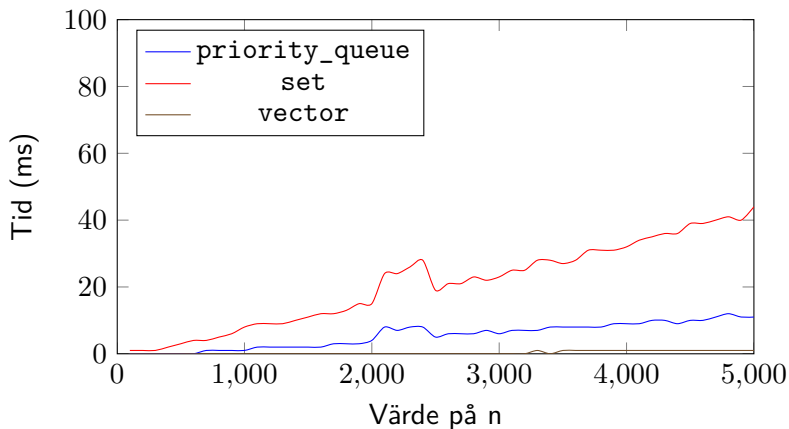
1. Byt plats på rotnoden och det sista elementet
2. Ta bort det sista elementet
3. Flytta det nya rotelementet nedåt tills heapegenskapen är uppfylld (*sift-down*)

Make-heap

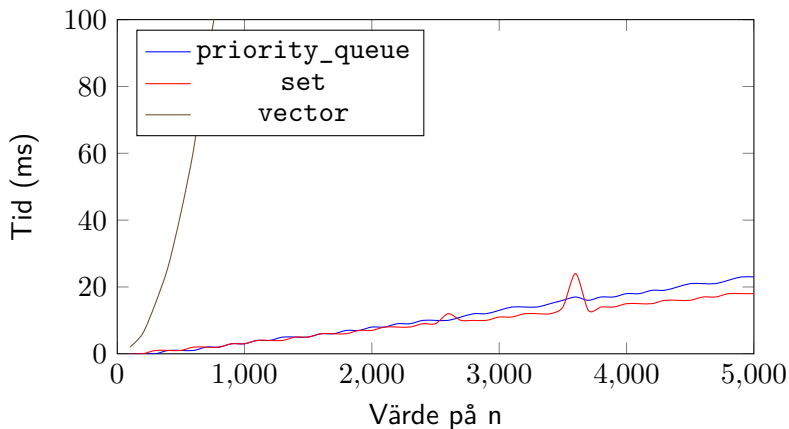
Om vi har en uppsättning element som vi vill skapa en heap av kan vi använda operationen *make-heap*, som kör i $\mathcal{O}(n)$ tid, i stället för den $\mathcal{O}(n \log(n))$ tid det tar att sätta in elementen ett och ett.

1. Börja med den första noden som har barn från slutet av arrayen:
2. Kör *sift-down* på den noden
3. Upprepa för alla noder som ligger på lägre index i arrayen

Test av insättning



Test av borttagning



- 1 Trädtraversering
- 2 Stackar, köer och prioritetsskøer
- 3 Prioritetsskøer och heapar
- 4 **Fenwickträd**
- 5 Sammanfattning

Problem

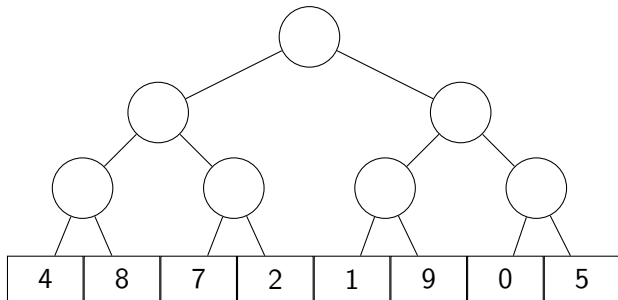
Du är en stor hyresvärd i staden. Du äger ett stort antal lägenheter, numrerade 1 till n . Under ditt dagliga arbete är du ofta i behov av att snabbt få svar på frågan: Vad är den totala hyran för ett eller flera sammanhängande kvarter, det vill säga: Vad är hyran för lägenheterna a till b ? I och med att du äger så många lägenheter ändras dessutom hyran ofta, så det får inte ta för lång tid att ändra hyran för en viss lägenhet.

Vi kan svara på frågan i $\mathcal{O}(n)$ tid med ett enkelt array. Kan det bli bättre än så?

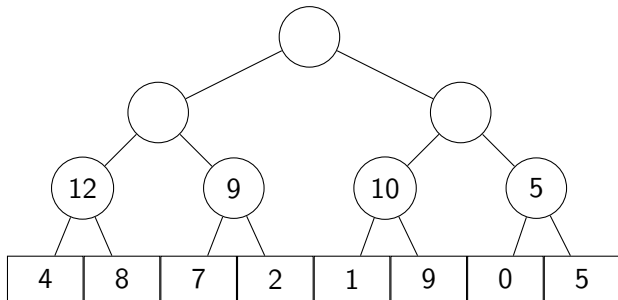
Fenwickträd

4	8	7	2	1	9	0	5
---	---	---	---	---	---	---	---

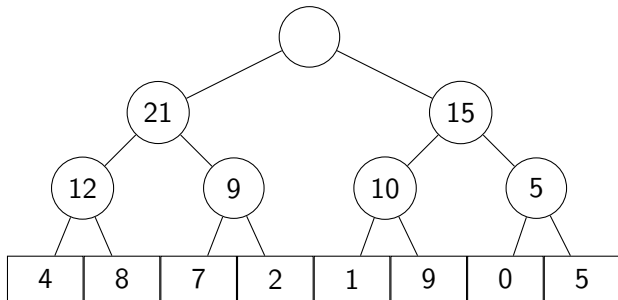
Fenwickträd



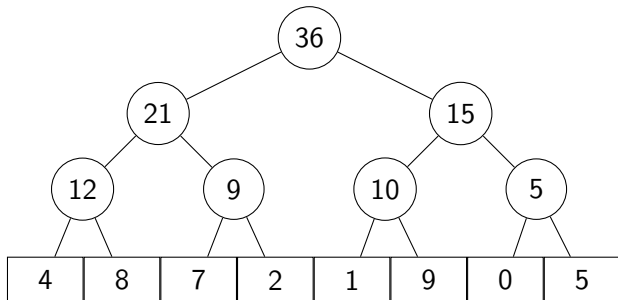
Fenwickträd



Fenwickträd



Fenwickträd



Komplett träd \Rightarrow kan lagras i array!

- 1 Trädtraversering
- 2 Stackar, köer och prioritetsköer
- 3 Prioritetsköer och heapar
- 4 Fenwickträd
- 5 **Sammanfattning**

I kursen framöver

- Denna veckan
 - Lab 1 (lektion på torsdag)
- Nästa föreläsning
 - Hashning
- Uppgifter i Kattis
 - `guessthedatastructure` (enkel)
Gissa vilken datatyp som används
 - `chopwood` (svårare)
Fundera på vad som händer när man "tar isär" ett träd

Filip Strömbäck

www.liu.se