

TDDC75 – Föreläsning 9

2025 HT1

Szilvia Varro-Gyapay (email: szilvia.varro-gyapay@liu.se)

Baserat på föreläsningarna av Mikael Asplund och boken [Asratian et al.](#)

Predikatlogik

existenskvantifierare, allkvantifierare

Låt $P(x)$ vara ett predikat och D domänen för x . En allkvantifierad formel $\forall x \in D, P(x)$ är sann om och endast om $P(x)$ är sann för alla element x i D . Utläses för alla" eller för varje".

Låt $P(x)$ vara ett predikat och D domänen för x . En existenskvantifierad formel $\exists x \in D, P(x)$ är sann om och endast om $P(x)$ är sann för något element x i D . Utläses det finns", för något", eller för minst ett".

Predikatlogik - Negering

Sats 1 (Negering av kvantifierade uttryck). *För varje predikatuttryck $p(x)$ gäller att:*

$$\neg \forall x p(x) \equiv \exists \neg p(x) \quad (1)$$

och

$$\neg \exists x p(x) \equiv \forall \neg p(x) \quad (2)$$

Matematisk induktion

Bevis med hjälp av induktionsprincipen från boken av Asratian et al.

För att bevisa att ett påstående $P(n)$ är sant för alla heltal $n \geq n_0$ med hjälp av induktionsprincipen, måste man göra följande:

1. Man börjar med att kontrollera (bevisa) att påståendet är sant för $n = n_0$, dvs. $P(n_0)$ är sant. Detta steg kallas **bassteget**.
2. Man genomför därefter det s.k. **induktionssteget**, där man
 - (a) först antar att påståendet är sant för ett visst, inte närmare specificerat, värde k på $\mathbb{N}$, $k \geq n_0$, dvs. $P(k)$ är sant — detta kallas **induktionsantagandet** — och
 - (b) sedan bevisar att påståendet är sant även för $k + 1$, dvs. $P(k + 1)$ är sant.
3. Av bassteget, induktionssteget och induktionsprincipen följer att $P(n)$ är sant för alla $n \geq n_0$.

Vi kan kalla n_0 ett startvärde.

Resurser

- Boken (15.4.1, 4.1):
<https://liu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1475503&dswid=7711>
- Videor:
 - Fram till 7:10: <https://www.youtube.com/watch?v=uAecQV1xzug>