

TDDC75 – Föreläsning 6 2025 HT1

Szilvia Varro-Gyapay (email: szilvia.varro-gyapay@liu.se)

Baserat på föreläsningarna av Mikael Asplund och boken [Asratian et al.](#)

Relationer

Definition 1. Ett *par* (x, y) är en *ordnad* samling av två (möjligen lika) element x och y .

Definition 2. Låt A och B vara två icke-tomma mängder. Den kartesiska produkten $A \times B$ är mängden av alla ordnade par (a, b) där $x \in A$ och $y \in B$, dvs $A \times B = \{(x, y) : x \in A \text{ och } y \in B\}$.

Definition 3. Låt A och B vara två icke-tomma mängder. En *binär relation* R på A och B är en delmängd till $A \times B$, dvs

$$R \subseteq A \times B$$

Den kallas för en relation från A till B . En relation $R \subseteq A \times A$ kallas för en relation på A .

Egenskaper (relationer på A)

Definition 4. En relation $R \subseteq A \times A$ är *reflexiv* om det för varje $x \in A$ gäller att $(x, x) \in R$.

Definition 5. En relation $R \subseteq A \times A$ är *transitiv* om det för alla $x, y, z \in A$ gäller att om $(x, y) \in R$ och $(y, z) \in R$ så $(x, z) \in R$.

Definition 6. En relation $R \subseteq A \times A$ är *symmetrisk* om för alla $x, y \in A$ gäller att om $(x, y) \in R$ så $(y, x) \in R$.

Definition 7. En relation $R \subseteq A \times A$ är *anti-symmetrisk* om det för alla $x, y \in A$ gäller att om $(x, y) \in R$ och $(y, x) \in R$ så $x = y$.

OBS! Definitionerna för transitiv/symmetrisk/anti-symmetrisk relation innebär implikationen, dvs. om det finns inga par som uppfyller de specifika kraven så är relationen transitiv/symmetrisk/anti-symmetrisk.

Exempel

- $R_1 = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3)\}$
- $R_2 = \{(0, 1), (1, 0), (1, 2), (2, 1)\}$
- $R_3 = \{(0, 0), (0, 1), (1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$
- $R_4 = \{(0, 1), (0, 2), (1, 2)\}$
- $R_5 = \emptyset$

	Reflexiv	Transitiv	Symmetrisk	Anti-symmetrisk
R1	Nej	Ja	Nej	Ja
R2	Nej	Nej	Ja	Nej
R3	Ja	Nej	Nej	Ja
R4	Nej	Ja	Nej	Ja
R5	Nej	Ja	Ja	Ja

Resurser

- Boken (2.4, några delar av 8.1, 8.2): <https://liu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1475503&dswid=7711>
- Videor (vi har inte diskuterat relationmatriser):
 - Kartesiska produkt: <https://www.youtube.com/watch?v=SFK-la9dOJw&list=PLr8s0R2uMHhPeBOPRhervpb5j69s3Izdb&index=22>
 - Relationer: <https://www.youtube.com/watch?v=XZo3zr5UVTo&list=PLr8s0R2uMHhPeBOPRhervpb5j69s3Izdb&index=56>
 - Fyra egenskaper: <https://www.youtube.com/watch?v=TtVKzbOjAmE&list=PLr8s0R2uMHhPeBOPRhervpb5j69s3Izdb&index=58>