

TDDC75 – Föreläsning 4 2025 HT1

Szilvia Varro-Gyapay (email: szilvia.varro-gyapay@liu.se)

Baserat på föreläsningarna av Mikael Asplund och boken [Asratian et al.](#)

Exempel: satslogisk deduktion

- **Exempel (obligatorisk: 2/c från lektion 3):** $p, (p \rightarrow q), r \models p \vee q \rightarrow r$

- Låt oss betrakta högerledet: $p \vee q \rightarrow r$.

Enligt prioritetsreglerna kan vi skriva $(p \vee q) \rightarrow r$.

Låt oss omskriva högerledet genom att använda Implikationslagen

(obs! Vi får använda ekvivalensreglerna till högerledet men inte konsekvensreglerna!)

$$(p \vee q) \rightarrow r \equiv \neg(p \vee q) \vee r$$

- Vi har r som premiss. Genom att använda Disjunktiv förstärkningsregeln kan vi lägga till vad som helst, även $\neg(p \vee q)$. Då blir det $r \vee \neg(p \vee q)$ som är precis vad vi skulle ha bevisat.
- En tydlig lösning:

(1) r (Premiss)

(2) $r \vee \neg(p \vee q)$ (1) och Disjunktiv förstärkning

(3) $\neg(p \vee q) \vee r$ (2) och Kommutativa lagen

(4) $(p \vee q) \rightarrow r$ (3) och Implikationslagen.

Av steg (1)-(4) följer att $p, (p \rightarrow q), r \models p \vee q \rightarrow r$. VSV.

Mängdlära

- Mängd: samling av objekt. Fiskmås, måsvingar, mängdklamrar
- Oordnad, utan kopior
- Även en mängd kan vara ett element av en mängd
- Oändliga mängder
- Exempel på mängder:
 - {röd, blå, grön}
 - {0, 1, 2, 3}
 - {Sverige, Sweden}
 - {{1,2,3},2,1}
 - { $p \in \mathbb{N}$: p är primtal}

Vanliga mängder

- $\mathbb{N}$ - de naturliga talen 0, 1, 2, 3, ...
- $\mathbb{Z}$ - de hela talen ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...
- $\mathbb{N}^+$ - de positiva talen 1, 2, 3, 4, ...
- $\mathbb{Q}$ - de rationella talen (t.ex. 1, 1/2, 1/3, -7/5, ...)
- $\mathbb{R}$ - de reella talen (t.ex. 0.0, 0.1, 0.01, $\sqrt{2}$, π , ...)

- **Definition 1.**

En mängd A kallas en delmängd till B om varje $x \in A$ också tillhör B .

- **Definition 2.**

Två mängder A och B är lika om $A \subseteq B$ och $B \subseteq A$.

För att visa $A = B$, visa både

- att varje $x \in A$ också tillhör B , och
- att varje $x \in B$ också tillhör A .

För att visa $A \neq B$, hitta antingen

- ett element $x \in A$ sådant att $x \notin B$, eller
- ett element $x \in B$ sådant att $x \notin A$.

- **Definition 3.**

A är en äkta delmängd till B om $A \subseteq B$ och $A \neq B$. Skrivs $A \subset B$.

- **Definition 4.**

Den tomma mängden $\emptyset$ är mängden utan några element, dvs. mängden $\{\}$.

Exempel: $A = \{x \in \mathbb{Z} : 3x = 1\}$

Fråga

- Hur kan man beskriva mängden som består av Fibonaccital?