

Lektionsuppgifter för TDDC75 - Lektion 5

Detta dokument är baserat på arbeten av Mikael Asplund, Asratien et al., samt tidigare tentor.

- Obligatoriska uppgifter:

1. Låt $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ och $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Vad är resultatet av följande uttryck?
 - (a) 2^A (tidigare uppgift, Lektion 3-4/8e)
 - (b) $2^\emptyset$
2. Antag att $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$. Vad blir resultatet av följande uttryck givet att universum är $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$?
 - (a) $|2^A|$ (tidigare uppgift, Lektion 3-4/9b)
 - (b) $2^{A \cap B}$ (tidigare uppgift, Lektion 3-4/9d)
 - (c) $2^{A \cap B} \setminus \emptyset$
3. Vad blir resultatet av följande uttryck om (i) $A = B = \emptyset$, (ii) $A = B = \{1\}$, (iii) $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$
 - (a) $2^{|A|}$
 - (b) $2^A \setminus 2^B$
 - (c) $|2^{A \setminus B}|$
4. (tidigare uppgift, Lektion 3-4/10abc,12ab) Visa eller motbevisa var och en av följande likheter där A , B och C är godtyckliga mängder till ett universum $\mathcal{U}$ och $\setminus$ betecknar mängddifferens. (Försök använda omskrivning där det är tillämplig.)
 - (a) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$.
 - (b) $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \setminus (B \cap C)$.
 - (c) $2^{A \setminus B} = 2^A \setminus 2^B$.
 - (d) $A \setminus B = \overline{B \setminus A}$
 - (e) $(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \emptyset$
5. Låt A, B och C vara tre godtyckliga ICKE-TOMMA mängder till ett universum $\mathcal{U}$ och $\setminus$ betecknar mängddifferens. Avgör om följande påståenden stämmer alltid, aldrig, eller ibland (för vissa mängder). Glöm inte att motivera ditt svar.
 - (a) $(A \cup B) \cap \overline{B} = A$
 - (b) $|A \cup B| = |A| + |B|$
 - (c) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$
 - (d) $A \cap B \subseteq A \setminus B$
 - (e) $\overline{A \cup B} \setminus C = (\overline{A} \cap \overline{B}) \cap C$
 - (f) $2^A \setminus 2^B \subseteq 2^{A \cap B}$
 - (g) $|A| - |B| \leq |A \setminus B|$

- Rekommenderade uppgifter:

1. (tidigare uppgift, Lektion 3-4/11abc) Definiera den *symmetriska differensen* Δ mellan mängder på vanligt sätt, dvs. $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, där $\setminus$ betecknar vanlig mängddifferens). Visa att följande likheter gäller för godtyckliga mängder A och B .
 - (a) $A \Delta \emptyset = A$
 - (b) $A \Delta B = B \Delta A$
 - (c) $\overline{A \Delta B} = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$(Se lösningsförslag för Lektion 3-4.)
2. Låt A, B och C vara tre godtyckliga ICKE-TOMMA mängder. Avgör om följande påståenden stämmer alltid, aldrig, eller ibland (för vissa mängder) genom att använda venndiagram.
 - (a) (Från boken.) Om $A \cap C = B \cap C$ och $A \cup B = B \cup C$, så är $A = B$.
 - (b) (Från boken.) $(\overline{A} \cap B) \cup (A \cap C) = (A \cup B) \setminus (A \cap \overline{C})$

• Extra uppgifter.

1. Låt A och B vara två godtyckliga mängder till ett universum $\mathcal{U}$ och $\setminus$ betecknar mängddifferens. Är det följande påståendet sant? $(A \cap B = \emptyset) \rightarrow (B \subseteq A)$
2. (Från boken.) Låt $\mathcal{U}$ vara ett universum. Visa att det för varje mängd $A \subseteq \mathcal{U}$ finns precis en mängd $X \subseteq \mathcal{U}$ sådan att $A \Delta X = \mathcal{U}$.
3. Är det möjligt att rita ett Venn-diagram med fyra mängder, A, B, C och D ?
4. Antag att $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ och $A = \{3, 4\}$. Rita ett Venn-diagram som illustrerar 2^A .
5. (Tidigare uppgift.) En ond kung dömer två fångar att varje morgon kasta ett mynt och, när det landar, gissa resultatet av den andra fångens kast. Om båda har fel avrättas de. De har några minuter på sig att komma överens om en strategi, men efter det kommer de inte att kunna kommunicera på något sätt, så de kommer inte att kunna berätta resultatet av kastningen för den andra. Finns det en strategi som gör att de kan överleva? (oavsett resultatet av kastningen)
 - Låt oss kalla fångarna A och B .
 - Låt A_kast vara en satsvariabel som är sann om A kastade en krona och falsk om A kastade en klave.
 - Låt B_kast vara en satsvariabel som är sann om B kastade en krona och falsk om B kastade en klave.
 - Låt A_Giss vara en satsvariabel som är sann om A gissade en krona och falsk om A gissade en klave.
 - Låt B_Giss vara en satsvariabel som är sann om B gissade en krona och falsk om B gissade en klave.

Hur ser ut en satslogisk formel som är sann om och endast om A gissade rätt vad B kastade?

Hur ser ut en satslogisk formel som är sann om och endast om B gissade rätt vad A kastade?

Fyll in i sanningstabell nedan.

A_kast	B_kast	A_Giss	B_Giss	Formel 1	Formel 2	en av dem gissade rätt
1	1	1	1			
1	1	1	0			
1	1	0	1			
1	1	0	0			
1	0	1	1			
1	0	1	0			
1	0	0	1			
1	0	0	0			
0	1	1	1			
0	1	1	0			
0	1	0	1			
0	1	0	0			
0	0	1	1			
0	0	1	0			
0	0	0	1			
0	0	0	0			