

Lektionsuppgifter för TDDC75 - Lektion 2

Detta dokument är baserat på arbeten av Mikael Asplund, Asratien et al., samt tidigare tentor.

1. Obligatoriska uppgifter:

Två satslogiska formler F_1 och F_2 kallas logisk ekvivalenta (eller semantiskt ekvivalenta) och skrivs ofta $F_1 \equiv F_2$ om de har samma sanningsvärden för alla tolkningar. (I boken används $\Leftrightarrow$ istället för $\equiv$). Använd sanningstabeller för att visa lagarna nedan.

(a) De Morgans lagar:

$$\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$$

$$\neg(p \vee q) \equiv (\neg p \wedge \neg q)$$

(b) Distributiva lagarna:

$$(p \wedge (q \vee r)) \equiv ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$$

$$(p \vee (q \wedge r)) \equiv ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$$

(c) Inversa lagar:

$$(p \wedge \neg p) \equiv 0$$

$$(p \vee \neg p) \equiv 1$$

Rekommenderade uppgifter:

(a) Absorptionslagar:

$$(p \wedge (p \vee q)) \equiv p$$

$$(p \vee (p \wedge q)) \equiv p$$

(b) Kontrapositiva lagen:

$$(p \rightarrow q) \equiv (\neg q \rightarrow \neg p)$$

2. Obligatoriska uppgifter.

Använd de logiska ekvivalenslagarna i formelbladet (se sista sidan) för att förenkla uttrycken nedan så långt som möjligt. För varje steg ange vilken lag du hänvisar till när du gör omskrivningen.

Exempel:

$$(p \wedge p) \rightarrow \neg p \quad \equiv \quad (\text{Idempotens})$$

$$p \rightarrow \neg p \quad \equiv \quad (\text{Implikation})$$

$$\neg p \vee \neg p \quad \equiv \quad (\text{Idempotens})$$

$$\neg p$$

$$(a) \text{ Förenkla uttrycket: } (p \leftrightarrow ((p \wedge q) \rightarrow p)).$$

$$(b) \text{ Förenkla uttrycket: } (((q \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow \neg q).$$

3. En tautologi har sanningsvärdet 1 för alla möjliga tolkningar och är alltså logiskt ekvivalent med uttrycket 1. Visa genom OMSKRIVNINGAR (genom att använda ekvivalensreglerna) på samma sätt som förra uppgiften att följande satser är tautologier.

Obligatoriska uppgifter:

$$(a) (((q \wedge q) \wedge (p \vee q)) \rightarrow q)$$

$$(b) (\neg(r \leftrightarrow r) \rightarrow \neg(p \wedge p))$$

$$(c) (q \rightarrow (q \vee (q \vee r)))$$

Rekommenderade uppgifter:

$$(a) \neg(p \leftrightarrow \neg p)$$

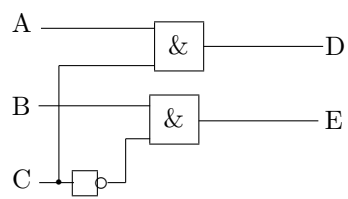
$$(b) (\neg(q \rightarrow r) \rightarrow q)$$

$$(c) \text{ Bevisa att } (p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \text{ genom att skriva om det högra ledet.}$$

4. Obligatorisk uppgift.

Låt A, B, C, D och E vara satslogiska variabler. Antag att vi har följande kombinatoriska krets där $\&$ betecknar en AND-gate som representerar en konjunktion av ingångar från vänster, så att utgången på högra sidan är resultatet av konjunktionen.

Den lilla cirkel betecknar negationen av ingången.



Visa att D och E inte kan vara 1 samtidigt genom att logiskt beskriva kretsen.