

TENTAMEN I TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2014-01-09, kl. 14–19, Sal TER1

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Svaren på samtliga uppgifter *måste motiveras* och motiveringarna ska vara uppställda på sådant sätt att det *går att följa hur du tänkt*. (Ett korrekt svar utan motivering ger i allmänhet ingen poäng.)
- Jour: Christer Bäckström (tel. 0705-840889) för diskret matematik och Mattias Krysaner (tel. 282198) för digitalteknik.
- Visning: Meddelas senare på kurshemsidan.
- Maxpoäng på hela tentamen är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 minst 34 poäng och för betyg 5 minst 42 poäng.

Lycka till.

Diskret matematik

I uppgifterna betecknar $\mathbb{N}$ de naturliga talen och symbolen $\setminus$ betecknar mängddifferens.

1. Antag mängderna $A = \{a, b, c\}$ och $B = \{0, 1, 2\}$. Avgör i vart och ett av följande fall om frågetecknet kan ersättas med $\in$ eller $\subseteq$ eller ingetdera. (5 p)
 - (a) $\{\langle a, 1 \rangle\} ? A \times B$
 - (b) $\{\langle a, 0 \rangle, \langle b, 1 \rangle\} ? 2^{A \times B}$
 - (c) $\{\langle a, 0 \rangle, \langle 0, a \rangle\} ? (A \cup B)^2$
 - (d) $\{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle\} ? 2^{A \times A} \cup 2^{B \times B}$
 - (e) $\emptyset ? A \times B$
2. Betrakta en godtycklig mängd S och en partition $\{A, B, C\}$ på S . Avgör för var och en av följande mängder om den alltid eller aldrig är en partition på S , eller om den kan vara en partition ibland, beroende på mängderna. (6 p)
 - (a) $\{A, B \cup C\}$
 - (b) $\{A, B \cap C\}$
 - (c) $\{A, B \setminus C\}$

3. En logisk grind (i digitaltekniken) med m st. ingångar $x_1, \dots, x_m$ kan betraktas som en funktion $f : \{0, \dots, 2^m - 1\} \rightarrow \{0, 1\}$, där ingångarna betraktas som en binär kodning av ett naturligt tal. Bestäm för var och en av följande definitioner av f vilken typ av grind den motsvarar, eller om den inte motsvarar någon av de vanliga grindtyperna alls. (6 p)

$$(a) f(n) = \begin{cases} 1, & \text{om } n = 2^m - 1 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

$$(b) f(n) = \begin{cases} 0, & \text{om } n = 0 \\ 1, & \text{annars} \end{cases}$$

$$(c) f(n) = \begin{cases} 1, & \text{om } n < 2^m - 1 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

4. Låt $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ vara en funktion definierad så att det för alla $n \in \mathbb{N}$ gäller att (6 p)

$$f(n) = \begin{cases} 3n + 1, & \text{om } n \text{ udda} \\ \frac{n}{2}, & \text{annars} \end{cases}$$

- (a) Avgör om f är injektiv.
 (b) Avgör om f är surjektiv.
 (c) Avgör om f är bijektiv.
 (d) Ange den inversa funktionen f^{-1} eller förklara varför den inte existerar.
5. Låt Σ vara ett alfabet. Definiera en binär relation R på Σ^* sådan att för alla strängar $u = x_1, \dots, x_m \in \Sigma^*$ och $w = y_1, \dots, y_n \in \Sigma^*$ gäller att $R(u, w)$ om och endast om både $m \leq n$ och $x_i = y_i$ för alla i där $1 \leq i \leq m$. (Något informellt så betyder alltså $R(u, w)$ att u är ett prefix av w). (6 p)
- Exempel: Om $\Sigma = \{a, \dots, z\}$ så gäller t.ex. att både $R(ab, abc)$ och $R(abb, abb)$, men varken $R(abc, abb)$ eller $R(abc, ab)$.

- (a) Är R reflexiv?
 (b) Är R symmetrisk?
 (c) Är R transitiv?