

# Föreläsning 7

Kapitel 8 – sid 210-229

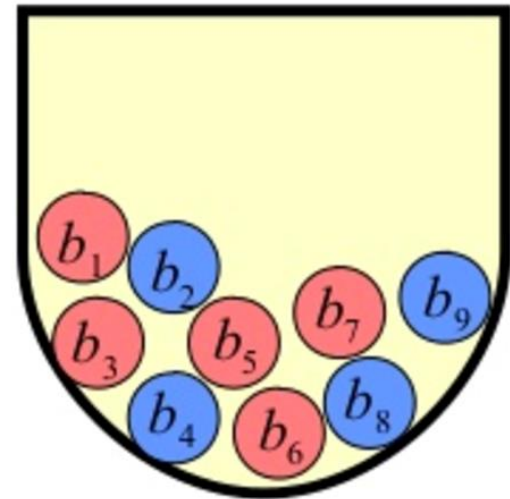
Inferens om en ändlig population

# Agenda

- Statistisk inferens vid ändlig population
- Populationsmedelvärde och totalmängd
- Populationsandel och totalt antal

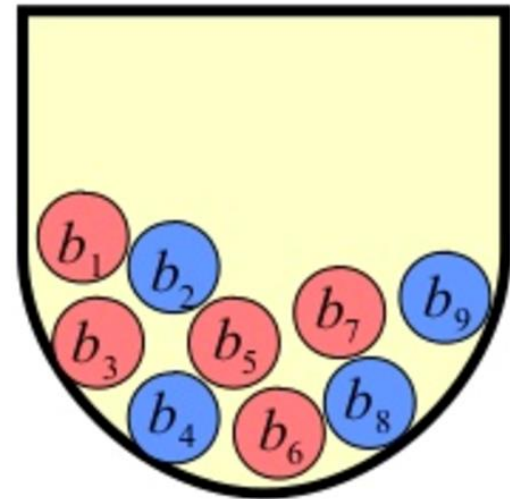
# Ändlig population: dragning utan återläggning

- En skål med **5 röda** och **4 blå** kulor
- Första dragningen:  $\frac{5}{9} \approx 55,56\%$   
sannolikhet att en röd kula dras
- Andra dragningen:  $\frac{4}{8} = 50\%$  eller  
 $\frac{5}{8} = 62,5\%$  att en röd kula dras,  
beroende på första dragningen
- Sannolikheten för röd kula  
förändras efter varje dragning!



# Ändlig population: dragning utan återläggning

- Jämför med (approximativt) oändlig population: **5000 röda** och **4000 blå** kulor.
- Första:  $\frac{5000}{9000} \approx 55,56\%$  sannolikhet för röd kula
- Andra:  $\frac{4999}{8999} \approx 55,55\%$  eller  $\frac{5000}{8999} \approx 55,56\%$  sannolikhet för röd kula
- Vid ändlig population måste vi korrigera för att sannolikheten ändras!



# Dubbelsidigt konfidensintervall för populationsmedelvärde vid ändlig population

- Om  $\frac{n}{N} > 10\%$  betraktas populationen som ändlig
- Givet att:
  - Stickprovet är draget som ett OSU
  - Samplingfördelningen kan betraktas som normalfördelad

$$\bar{x} \pm t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{s^2}{n} \underbrace{\left(1 - \frac{n}{N}\right)}_{\text{ändlighetskorrektion}}}$$

ändlighetskorrektion

# Exempel

- Bilkörandet i en liten by med 360 invånare undersöks genom att 50 slumpmässigt utvalda personer får uppge hur långt de kör per år. Bestäm konfidensintervall för medelvärdet av körda mil om  $\bar{x} = 792$  mil och  $s = 89$  mil.

# Konfidensintervall för totalmängd

- Vi har information om populationsstorleken

- Sanna totalmängden:

$$N \cdot \mu$$

- Punktskattning beräknas enligt:

$$N \cdot \bar{x}$$

- Med intervallet

$$N \cdot \bar{x} \pm t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot N \cdot \sqrt{\frac{s^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

## Exempel forts

- Är det troligt att byns totala bilkörande per år understiger 300.000 mil?



# Konfidensintervall för populationsandel $\pi$

- Om  $\frac{n}{N} > 10\%$  och följande krav har uppfyllts:
  - OSU
  - $np(1 - p) > 5$

$$p \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

# Konfidensintervall för totalt antal

- Vi har information om populationsstorleken

- Sanna totalmängden:

$$N \cdot \pi$$

- Punktskattning beräknas enligt:

$$N \cdot p$$

- Med intervallet

$$N \cdot p \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot N \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

# Exempel

- En frukthandlare har fått hem ett parti om 250 påsar äpplen. För att undersöka kvaliteten på äpplena väljer handlaren slumpmässigt ut 30 påsar.

7 av påsarna innehöll minst ett ruttet äpple.

Beräkna ett 95-procentigt konfidensintervall för antalet äppelpåsar som innehåller ruttna äpplen.