

OBS! För flervalfrågorna gäller att ett, flera, alla eller inget alternativ kan vara korrekt.

På flervalfrågorna kan man bara ha rätt eller fel, dvs frågan måste vara helt korrekt besvarad för att man skall få poäng. Inga halvpöäng. Poängen på de fyra sista frågorna är också annorlunda jämfört med salstenta.

Totalt kan man ha 30 poäng. För godkänt krävs 16 poäng och för VG 23 poäng.

DET ÄR INTE TILLÅTET ATT HA KONTAKT MED NÅGON ANNAN PERSON UNDER TENTAMENSTIDEN.

**Fråga 1** (1 poäng)

En intelligent som översätter, t.ex. som google translate i en webbläsare, arbetar i en värld som är:

- (a) Episodisk, kontinuerlig, statisk, multi-agent
- (b) **Deterministisk, episodisk, en agent, diskret**
- (c) **Statisk, episodisk, deterministisk, helt observerbar**
- (d) Kontinuerlig, semi-dynamisk, sekvensiell, partiellt observerbar

**Fråga 2** (1 poäng)

Antag att  $n$  betecknar antalet element. Vilka av följande påståenden är korrekta?

- (a) Ett problem med den asymptotiska tidskomplexiteten  $\mathcal{O}(5^n)$  är polynomiskt
- (b) Ett problem med tidskomplexiteten  $T(n^2 + 3n)$  är exponentiellt
- (c) **En komplexitetsanalys av ett problem med tidskomplexiteten  $T(n) = 4n^6 + n^2$  och ett annat med  $T(n) = 20n^6$  ger samma asymptotiska tidskomplexitet**
- (d) **Ett sätt att hantera problemet med exponentiell komplexitet är att använda kunskap om problemet**

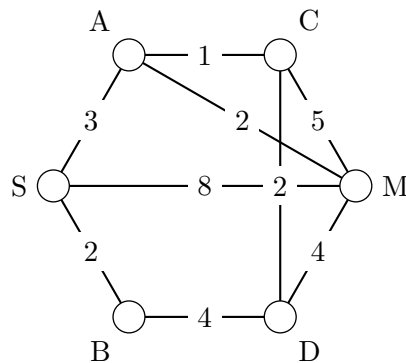
**Fråga 3** (1 poäng)

Antag att vi har ett problem med förgreningsfaktorn 2 och en lösning på sökdjupet 4. Vilka påståenden är då korrekta?

- (a) Bredden först hittar alltid en lösning med som mest 8 noder i minnet
- (b) Djupet först hittar alltid en lösning med som mest 8 noder i minnet
- (c) Djupbegränsad sökning hittar alltid en lösning med som mest 8 noder i minnet
- (d) **Dubbelriktad sökning hittar alltid en lösning med som mest 4 noder i minnet**

**Fråga 4** (1 poäng)

Givet följande graf för att söka en väg från S till M,



där avståndet mellan två noder finns angivet på bågarna, och följande uppskattningar av avstånd från en nod till M:

$$h(S \rightarrow M) = 5, h(A \rightarrow M) = 3, h(B \rightarrow M) = 6, h(C \rightarrow M) = 3, h(D \rightarrow M) = 2.$$

Då gäller att:

- (a) Uppskattningarna  $h(n)$  uppfyller kraven för  $A^*$ .
- (b) **Uniform cost genererar ett sökträd med kostnaden 5**
- (c)  **$A^*$  genererar ett sökträd med 6 noder**
- (d) Greedy Search lyckas inte hitta målet.

**Fråga 5** (1 poäng)

Vad är genetiska algoritmer?

- (a) En teknik för optimering av sökstrategier
- (b) **En sökstrategi som låter slumpen påverka sökningen**
- (c) En optimal sökstrategi som simulerar det naturliga urvalet
- (d) En optimal sökstrategi som arbetar med flera sökrymder parallellt

**Fråga 6** (1 poäng)

Vilka av följande uttryck är tautologier?

- (a)  $(A \implies B) \vee (A \implies B)$
- (b)  $A \vee (A \implies A)$
- (c)  $\neg A \vee (A \wedge B)$
- (d)  $(A \wedge B) \implies (\neg C \vee B)$

**Fråga 7** (1 poäng)

Antag en tolkningsfunktion  $I(\alpha, w)$  med följande modeller:

	A	B	C
$w_1$	T	F	F
$w_2$	F	T	T
$w_3$	T	F	F
$w_4$	T	T	T
$w_5$	T	F	T
$w_6$	F	T	T

Vad gäller då?

- (a)  $I(\alpha, w_1)$  är sann om  $\alpha = A \wedge \neg B \wedge \neg C$
- (b)  $I(\alpha, w_3)$  är sann om  $\alpha = C \vee \neg A \vee B$
- (c)  $I(\alpha, w_4)$  är sann om  $\alpha = (A \vee B) \wedge \neg C$
- (d)  $I(\alpha, w_6)$  är sann om  $\alpha = A \vee \neg B \vee \neg C$

**Fråga 8** (1 poäng)

Vilka av följande påståenden är korrekta (små bokstäver är variabler)?

- (a) Unifiering av  $(P, x, y)$  och  $(P, 1, G(1, 2))$  ger substitutionerna  $\{x/1, y/G(1, 2)\}$ .
- (b) Unifiering av  $(R, x, 1)$  och  $(S, y, x)$  ger substitutionerna  $\{R/S, x/y, y/1\}$ .
- (c) Unifiering av  $(R, a, b, c)$  och  $(S, b, c, 1)$  ger substitutionerna  $\{R/S, a/1, b/1, c/1\}$
- (d) Uttrycken  $(S, x, A)$  och  $(S, A, x)$  går inte att unifiera.

**Fråga 9** (1 poäng)

Antag att  $E(x)$  står för att  $x$  är en epidemiolog,  $C(x)$  står för att  $x$  är chef, och  $A$  står för Anders. Vilka alternativ nedan betyder *Det finns bara en chef och epidemiolog och det är Anders*?

- (a)  $E(A) \wedge C(A)$
- (b)  $\exists x(E(x) \wedge C(x) \wedge x = A)$
- (c)  $E(A) \wedge C(A) \wedge \forall y(E(y) \wedge C(y) \implies y = A)$
- (d)  $\forall x(x = A \implies E(x) \wedge C(x))$

**Fråga 10** (1 poäng)

Givet följande successor-stateaxiom:

$$\forall x, a, s \text{ Vaccinerad}(x, \text{Result}(a, s)) \Leftrightarrow$$

$$(\text{Ovaccinerad}(x, s) \wedge a = \text{Vaccinerar}) \vee$$

$$(\text{Vaccinerad}(x, s))$$

Vilka av följande påståenden är korrekta:

- (a)  $\text{Vaccinerad}(\text{Johan}, S2) \wedge \text{Vaccinerar} \implies \text{Vaccinerad}(\text{Johan}, S3)$
- (b)  $\text{Vaccinerad}(\text{Karin}, S2) \wedge \neg \text{Vaccinerar} \implies \text{Vaccinerad}(\text{Karin}, S3)$
- (c)  $\text{Ovaccinerad}(\text{Anders}, S2) \wedge \text{Vaccinerar} \implies \text{Vaccinerad}(\text{Anders}, S3)$
- (d)  $\text{Ovaccinerad}(\text{Lena}, S2) \wedge \neg \text{Vaccinerar} \implies \text{Ovaccinerad}(\text{Lena}, S3)$

**Fråga 11** (1 poäng)

Antag två tillverkningslinor, en gammal och en ny, där följande moment ingår: fylla flaska i nya maskinen tar 10 sekunder och 15 i gamla, skruva kork på flaskan i nya maskinen tar 20 sekunder och 30 i gamla, sätta etikett på flaskan tar 5 sekunder i nya maskinen och 10 i gamla. Nu vill man göra en resursplanering där de 2 linorna skall samverka och behöver då räkna ut när de olika momenten senast och tidigast måste starta. Vilka uträkningar stämmer?

- (a) Tidigast möjliga starttid för att skruva på kork i gamla maskinen är 10 sekunder.
- (b) **Senast möjliga starttid för att sätta på etikett i nya maskinen är 50 sekunder.**
- (c) **Senast möjliga starttid för att fylla flaska i nya maskinen är 20 sekunder**
- (d) Tidigast möjliga starttid för att sätta på etikett i gamla maskinen är 30 sekunder

**Fråga 12** (1 poäng)

Betrakta följande simultanfördelning:

Covid-19	Feber	Snuva	P(Covid-19,Feber,Snuva)
Falsk	Falsk	Falsk	0,2
Falsk	Falsk	Sann	0,1
Falsk	Sann	Falsk	0,05
Falsk	Sann	Sann	0,2
Sann	Falsk	Falsk	0,2
Sann	Falsk	Sann	0,1
Sann	Sann	Falsk	0,1
Sann	Sann	Sann	0,05

Vilka utsagor stämmer?

- (a)  $P(\text{covid-19}) = 0,45$
- (b)  $P(\text{feber} \wedge \text{snuva}) = 0,05$
- (c)  $P(\text{covid-19} \wedge \neg \text{feber}) = P(\neg \text{covid-19} \wedge \neg \text{feber})$
- (d)  $P(\text{covid-19}|\text{feber}) = P(\text{covid-19}|\text{snuva})$

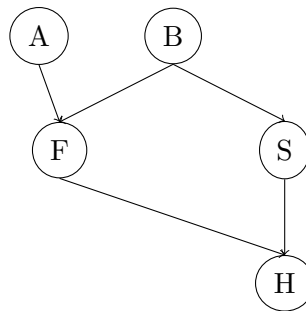
**Fråga 13** (1 poäng)

Vilka av följande påståenden angående probabilistisk logik är korrekta?

- (a)  $\sum_{i=1}^n P(a = d_i) \leq 1$  med domänen  $d_1, d_2, \dots, d_n$
- (b) **Om A och B villkorligt oberoende givet C är  $P(A, B|C) = P(A|C)P(B|C)$**
- (c)  $P(a \wedge b) = P(a)P(b)$  **om a och b oberoende**
- (d)  $P(a \wedge b) = \alpha P(a|b)P(b)$  där  $\alpha = \frac{1}{P(a)}$

**Fråga 14** (1 poäng)

Vad gäller för följande bayesianska nät:



- (a)  $P(F|B) = P(S|B)$
- (b) De stokastiska variablerna A och B är oberoende
- (c)  $P(a, \neg b, f, s, \neg h) = P(a)P(\neg b)P(\neg h|f \wedge s)P(s|\neg b)$
- (d) De stokastiska variablerna S och F är oberoende

**Fråga 15** (1 poäng)

Antag  $\mathbf{x} = (-4, 2, 5)$  och  $\mathbf{y} = (-1, 2, 0)$ . Vilka vektoroperationer är korrekta?

- (a)  $\mathbf{x} + \mathbf{y} = (-5, 4, 5)$
- (b)  $-\mathbf{x} = (4, 2, 5)$
- (c)  $2\mathbf{x} - 2\mathbf{y} = (-6, 0, 10)$
- (d)  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 9$

**Fråga 16** (1 poäng)

Antag följande modell för linjär regression:

$$h(\mathbf{x}) = 2 + 2x_1 + 2x_2,$$

och följande träningsdata där  $t$  är förväntad utdata:

$x_1$	$x_2$	$t$
1	1	1
1	2	1
2	1	6
2	0	-1

Kryssa för alla alternativ som stämmer:

- (a)  $h(1, 1) = 6$
- (b)  $h(-1, -1) = 0$
- (c) Absolutfelet för  $h(2, 1)$  blir 2
- (d) Absolutfelet för  $h(2, 0)$  blir lika stort som absolutfelet för  $h(1, 2)$

**Fråga 17** (1 poäng)

Antag att vi använder träningsdata nedan, där  $t$  är förväntad utdata, till att träna en perceptron,  $h(\mathbf{x}) = f(\mathbf{w}^T \mathbf{x})$ , med tre ingångar  $x_0, x_1, x_2$  tröskelvärdet  $x_0 = 1$  och aktiveringsfunktionen,  $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{om } x \geq 0 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$ .

$x_1$	$x_2$	$t$
1	1	1
1	2	1
2	1	0
2	0	0

Kryssa för alla alternativ som stämmer:

- (a) Om inlärningsfaktorn  $\eta = 0,1$  och startvikterna  $w_0 = 0, w_1 = 0, w_2 = 0$  och indata  $h(1,1)$  presenterats uppdateras vikterna till  $w_0 = 0,5, w_1 = 0,5, w_2 = 0,5$ .
- (b) Om inlärningsfaktorn  $\eta = 0,1$  och startvikterna  $w_0 = 0,1, w_1 = 0,1, w_2 = 0,1$  och indata  $h(1,1)$  presenterats uppdateras vikterna till  $w_0 = 0,1, w_1 = 0,1, w_2 = 0,1$ .
- (c) Om inlärningsfaktorn  $\eta = 0,2$  och startvikterna  $w_0 = 0, w_1 = 0, w_2 = 0$  och indata  $h(1,1)$  presenterats uppdateras vikterna till  $w_0 = 0, w_1 = 0, w_2 = 0$ .
- (d) Om inlärningsfaktorn  $\eta = 0,1$  och startvikterna  $w_0 = 1, w_1 = 1, w_2 = 1$  och indata  $h(2,0)$  presenterats uppdateras vikterna till  $w_0 = 0,9, w_1 = 0,8, w_2 = 1$ .

**Fråga 18** (3 poäng)

Visa följande med naturlig deduktion:

$$A \implies (B \implies C) \vdash (A \implies B) \implies (A \implies C)$$

Var noggrann med premissmängderna. Tips: utgå från det som skall visas.

**Bevisregler i naturlig deduktion**

$\frac{\alpha \quad \neg\alpha}{\perp}$	( $\perp$ I)	$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$	( $\wedge$ E)
$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta}$	( $\wedge$ I)	$\frac{\alpha \vee \beta \quad \alpha \implies \beta \quad \beta \implies \delta}{\delta}$	( $\vee$ E)
$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta}$	( $\vee$ I)	$\frac{\alpha \implies \beta \quad \alpha}{\beta}$	( $\implies$ E)
$\frac{\alpha}{\neg\alpha}$	( $\neg$ I)	$\frac{\neg\alpha}{\alpha}$	( $\neg$ E)
$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \implies \beta}$	( $\implies$ I)	$\frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{\alpha \implies \beta}$	( $\leftrightarrow$ E)
$\frac{\alpha \implies \beta \quad \beta \implies \alpha}{\alpha \leftrightarrow \beta}$	( $\leftrightarrow$ I)		

**Svar:**

{1}	1	$A \implies (B \implies C)$	Premiss
{2}	2	$A \implies B$	Provisorisk premiss
{3}	3	$A$	Provisorisk premiss
{2, 3}	4	$B$	$2, 3 \implies E$
{1, 3}	5	$B \implies C$	$1, 3 \implies E$
{1, 2, 3}	6	$C$	$4, 5 \implies E$
{2}	7	$A \implies B$	$3, 4 \implies I$
{1, 2}	8	$A \implies C$	$3, 6 \implies I$
{1}	9	$(A \implies B) \implies (A \implies C)$	$7, 8 \implies I$

**Fråga 19** (4 poäng)

Gör rimliga antaganden och översätt följande meningar till predikatlogiska uttryck:

Snälla hundar biter inte brevbärare  
Pluto är hund och Musse är brevbärare  
Pluto biter alla brevbärare

och visa med resolution att

Alla hundar är inte snälla

**Svar:**

$$(1) \forall x,y \text{ Hund}(x) \wedge \text{Snäll}(x) \wedge \text{Brevbärare}(y) \Rightarrow \neg \text{Biter}(x, y)$$

$$(2) \text{Hund}(\text{Pluto}) \wedge \text{Brevbärare}(\text{Musse})$$

$$(3) \forall z \text{ Brevbärare}(z) \Rightarrow \text{Biter}(\text{Pluto}, z)$$

och det som skall visas:

$$(4) \exists w \text{ Hund}(w) \wedge \neg \text{Snäll}(w), \text{ negera } \forall w \neg (\text{Hund}(w) \wedge \neg \text{Snäll}(w))$$

efter konvertering fås:

$$(1) \neg \text{Hund}(x) \vee \neg \text{Snäll}(x) \vee \neg \text{Brevbärare}(y) \vee \neg \text{Biter}(x, y)$$

$$(2) \text{Hund}(\text{Pluto})$$

$$(3) \text{Brevbärare}(\text{Musse})$$

$$(4) \neg \text{Brevbärare}(z) \vee \text{Biter}(\text{Pluto}, z)$$

$$(5) \neg \text{Hund}(w) \vee \text{Snäll}(w)$$

och sen ger resolution t.ex.

$$(5) + (2) \text{ med } \{w/\text{Pluto}\}:$$

$$(7) \text{Snäll}(\text{Pluto})$$

$$(7) + (1) \text{ med } \{x/\text{Pluto}\}:$$

$$(8) \neg \text{Hund}(\text{Pluto}) \vee \neg \text{Brevbärare}(y) \vee \neg \text{Biter}(\text{Pluto}, y)$$

$$(8) + (3) + (2) \text{ med } \{y/\text{Musse}\}:$$

$$(9) \neg \text{Biter}(\text{Pluto}, \text{Musse})$$

$$(9) + (4) \text{ med } \{z/\text{Musse}\}$$

$$(10) \neg \text{Brevbärare}(\text{Musse})$$

som med (3) ger en tom klausul, dvs Alla hundar är inte snälla.



**Fråga 20** (2 poäng)

Antag att en bonde bara har tre sorters djur: hästar, kor och höns. Av 10 hästar är alla utom en brun medan 60 av de 80 korna är bruna och 4 av de 10 hönsen är bruna.

Hur stor är då sannolikheten att ett brunt djur är en ko?

**Svar:**

$$\text{Antalet djur} = 10 + 80 + 10 = 100$$

$$P(\text{brun}|\text{ko}) = \frac{60}{80} = 0,75$$

$$P(\text{brun}|\text{häst}) = \frac{9}{10} = 0,9$$

$$P(\text{brun}|\text{höna}) = \frac{4}{10} = 0,4$$

$$P(\text{ko}) = \frac{80}{100} = 0,8$$

$$P(\text{häst}) = \frac{10}{100} = 0,1$$

$$P(\text{höna}) = \frac{10}{100} = 0,1$$

$$P(\text{ko}|\text{brun}) = \frac{P(\text{brun}|\text{ko})P(\text{ko})}{P(\text{ko})P(\text{brun}|\text{ko}) + P(\text{häst})P(\text{brun}|\text{häst}) + P(\text{höna})P(\text{brun}|\text{höna})} =$$
$$\frac{0,75 \cdot 0,8}{0,8 \cdot 0,75 + 0,1 \cdot 0,9 + 0,1 \cdot 0,4} = \frac{0,6}{0,73} = 0,82$$

**Fråga 21** (4 poäng)

Förklara hur beslutsträdsinlärning fungerar, och visa hur ett optimalt beslutsträd skapas utifrån följande exempel:

Exempel	Attribut			Klaras tentan
	Klarat labbarna	Pluggtimmar	Följda föreläsningar	
x1	Ja	50-100	Inga	Nej
x2	Nej	<50	Hälften	Nej
x3	Ja	>100	Inga	Ja
x4	Ja	50-100	Alla	Ja
x5	Ja	< 50	Alla	Ja
x6	Nej	<50	Hälften	Nej
x7	Nej	50-100	Hälften	Nej
x8	Nej	>100	Inga	Ja

Räkna ut entropin för de olika grenarna så att trädet säkert blir optimalt och visa hur trädet ser ut.

Tips <https://www.wolframalpha.com/> kan användas som räknare, bara att skriva rakt in, t.ex.  $-2/3 \cdot \log_2(2/3) - 1/3 \cdot \log_2(1/3)$ .

**Svar:**

Informationen för varje attribut beror av hur mycket okänt det finns kvar i varje deltabell som uppkommer då man delar vid attributet. Detta gör man genom att räkna ut entropin för varje deltabell och sen summera de deltabeller som attributet ger upphov till proportionellt mot hur stor andel det har. För de olika attributen får vi då:

$$I(\text{Fö}=\text{Inga}) = -\frac{2}{3}\log_2\left(\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{3}\log_2\left(\frac{1}{3}\right) = 0,918$$

$$I(\text{Fö}=\text{Hälften}) = -\frac{3}{3}\log_2\left(\frac{3}{3}\right) = 0$$

$$I(\text{Fö}=\text{Alla}) = -\frac{2}{2}\log_2\left(\frac{2}{2}\right) = 0$$

$$I(\text{Fö}) = \frac{3}{8}I(\text{Fö}=\text{Inga}) + \frac{3}{8}I(\text{Fö}=\text{Hälften}) + \frac{2}{8}I(\text{Fö}=\text{Alla}) = 0,344$$

$$I(\text{Plugg} < 50) = -\frac{2}{3}\log_2\left(\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{3}\log_2\left(\frac{1}{3}\right) = 0,918$$

$$I(\text{Plugg} = 50 - 100) = -\frac{2}{3}\log_2\left(\frac{2}{3}\right) - \frac{1}{3}\log_2\left(\frac{1}{3}\right) = 0,918$$

$$I(\text{Plugg} > 100) = 0$$

$$I(\text{Plugg}) = \frac{3}{8}I(\text{Plugg} < 50) + \frac{3}{8}I(\text{Plugg} = 50 - 100) = 0,688$$

$$I(\text{Labb}=\text{Ja}) = -\frac{3}{4}\log_2\left(\frac{3}{4}\right) - \frac{1}{4}\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = 0,811$$

$$I(\text{Labb}=\text{Nej}) = -\frac{3}{4}\log_2\left(\frac{3}{4}\right) - \frac{1}{4}\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = 0,811$$

$$I(\text{Labb}) = \frac{4}{8}I(\text{Labb}=\text{Ja}) + \frac{4}{8}I(\text{Labb}=\text{Nej}) = 0,811$$

Därefter väljer man det attribut som ger högst informationsvinst jämfört med hur mycket information som behövs. I detta fallet utifrån starttillståndet.

$$I(\text{Start}) = -\frac{4}{8}\log_2\left(\frac{4}{8}\right) - \frac{4}{8}\log_2\left(\frac{4}{8}\right) = 1$$

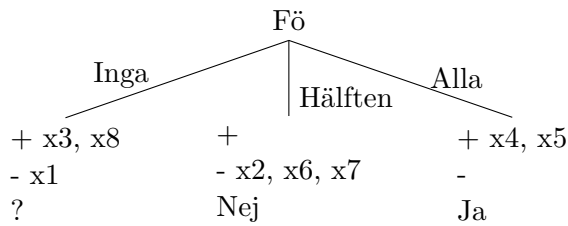
Dvs för varje attribut får vi:

$$Vinst(\text{Fö}) = 1 - 0,344 = 0,656$$

$$Vinst(\text{Plugg}) = 1 - 0,688 = 0,312$$

$$Vinst(\text{Labb}) = 1 - 0,811 = 0,189$$

Fö är alltså bäst.



Måste dela vid Fö=Inga

$$I(\text{Fö}=\text{Inga}) = -\frac{2}{3}\log_2\left(\frac{2}{3}\right) + -\frac{1}{3}\log_2\left(\frac{1}{3}\right) = 0,918$$

Exempel	Attribut		Klarar tentan
	Plugg	Labb	
x1	50-100	Ja	Nej
x3	>100	Ja	Ja
x8	>100	Nej	Ja

$$I(\text{Plugg} = 50 - 100) = -\frac{1}{1}\log_2\left(\frac{1}{1}\right) = 0$$

$$I(\text{Plugg} > 100) = -\frac{2}{2}\log_2\left(\frac{2}{2}\right) = 0$$

$$I(\text{Plugg}) = 0$$

$$I(\text{Labb}=\text{Ja}) = -\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1}{2}\right) + -\frac{1}{2}\log_2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$I(\text{Labb}=\text{Nej}) = -\frac{1}{1}\log_2\left(\frac{1}{1}\right) = 0$$

$$I(\text{Labb}) = \frac{2}{3}I(\text{Labb}=\text{Ja}) = 0,667$$

$$Vinst(\text{Plugg}) = 0,918 - 0 = 0,918$$

$$Vinst(\text{Labb}) = 0,918 - 0,67 = 0,251$$

Plugg bäst

