Betrakta följande simultanfördelning:

X	Y	P
sommar	varmt	0,4
sommar	kallt	0,2
vinter	varmt	0,1
vinter	kallt	0,3

Räkna ut:

- $P(\text{sommar} \wedge \text{varmt})$

Betrakta följande simultanfördelning:

X	Y	P
sommar	varmt	0,4
sommar	kallt	0,2
vinter	varmt	0,1
vinter	kallt	0,3

Räkna ut:

- $P(\text{sommar} \wedge \text{varmt})$ 0,4
- $P(\text{sommar})$

Betrakta följande simultanfördelning:

X	Y	P
sommar	varmt	0,4
sommar	kallt	0,2
vinter	varmt	0,1
vinter	kallt	0,3

Räkna ut:

- $P(\text{sommar} \wedge \text{varmt})$ 0,4
- $P(\text{sommar})$ $0{,}4+0{,}2=0{,}6$
- $P(\text{varmt})$

Betrakta följande simultanfördelning:

X	Y	P
sommar	varmt	0,4
sommar	kallt	0,2
vinter	varmt	0,1
vinter	kallt	0,3

Räkna ut:

- $P(\text{sommar} \wedge \text{varmt})$ 0,4
- $P(\text{sommar})$ 0,4+0,2=0,6
- $P(\text{varmt})$ 0,4+0,1=0,5
- $P(\text{varmt}|\text{sommar})$

Betrakta följande simultanfördelning:

X	Y	P
sommar	varmt	0,4
sommar	kallt	0,2
vinter	varmt	0,1
vinter	kallt	0,3

Räkna ut:

- $P(\text{sommar} \wedge \text{varmt})$ 0,4
- $P(\text{sommar})$ 0,4+0,2=0,6
- $P(\text{varmt})$ 0,4+0,1=0,5
- $P(\text{varmt}|\text{sommar}) = \frac{P(varmt \wedge sommar)}{P(sommar)} = \frac{0{,}4}{0{,}6} = 0,67$

Här är ett bayesianskt nät:

$$
\begin{tikzcd}
Y_1 \arrow[dr] & & Y_2 \arrow[dl] \\
& X \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
Z_1 & & Z_2
\end{tikzcd}
$$

- Är Z_1 och Z_2 är villkorligt oberoende givet X?
- Teckna $P(X, Y_1, Y_2, Z_1, Z_2)$

Här är ett bayesianskt nät:

$$\begin{tikzcd}
Y_1 \arrow[dr] & & Y_2 \arrow[dl] \\
& X \arrow[dl] \arrow[dr] & \\
Z_1 & & Z_2
\end{tikzcd}$$

- Är Z_1 och Z_2 är villkorligt oberoende givet X?
- Teckna $P(X, Y_1, Y_2, Z_1, Z_2)$
  $= P(Y_1)P(Y_2)P(X|Y_1, Y_2)P(Z_1|X)P(Z_2|X)$
- Om varje variabel är binär hur många värden har simultanfördelningen?
- Hur många värden behövs i nätet?

Planeten Zebulon befolkas av abianer och bebianer. 40% av befolkningen är abianer, och 10% av dessa har lila öron. Andelen bebianer med lila öron är endast 8%. En av planetens invånare blir slumpmässigt utvald.

1. Hur stor är apriorisannolikheten för att den utvalda individen är bebian?
2. Hur stor är sannolikheten att den utvalda individen har lila öron?
3. Antag att du får informationen att den utvalda individen har lila öron. Hur stor är aposteriosannolikheten för att den utvalda individen är abian? Ange en formel; du behöver inte räkna ut resultatet.

Vi använder följande notation: $A =$ den utvalda individen är abianer; $L =$ den utvalda individen har lila öron.

1. $P(\neg A) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}40 = 0{,}60$
2. $P(L) = P(A) \cdot P(L|A) + P(\neg A) \cdot P(L|\neg A) = 0{,}40 \cdot 0{,}10 + 0{,}60 \cdot 0{,}08 = 0{,}088$
3. Enligt Bayes regel har vi

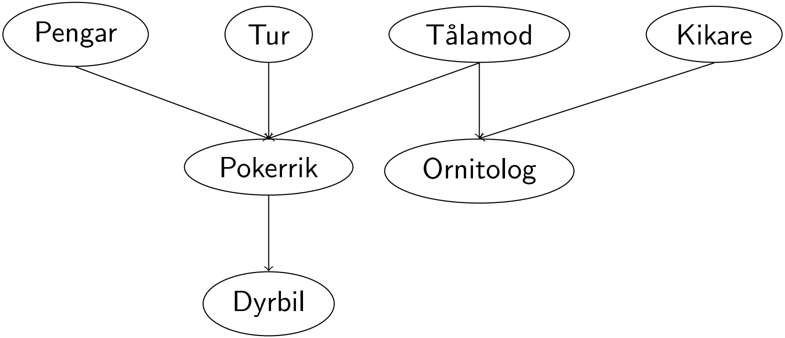
$$P(A|L) = \frac{P(L|A)P(A)}{P(L)} = \frac{0{,}40 \cdot 0{,}10}{0{,}088} \approx 0{,}45$$

Den efterfrågade sannolikheten är därmed ca. 45%.

Antag att det i november regnar 90% av alla dagar och är soligt endast 10% av dagarna. Antag vidare att när det regnar tar endast 20% cykeln till jobbet medans 60% tar cykeln när det är soligt.
Hur stor är sannolikheten för att det regnar när människor tar cykeln i november?
Beskriv de olika sannolikheterna och formeln som behövs för att räkna ut sannolikheten. Du behöver inte räkna ut svaret.

$P(cykel|regn) = 0,2$
$P(cykel|sol) = 0,6$
$P(regn) = 0,9$
$P(sol) = 0,1$
$P(regn|cykel) = \frac{P(cykel|regn)P(regn)}{P(regn)P(cykel|regn)+P(sol)P(cykel|sol)} =$
$\frac{0{,}2*0{,}9}{02*0{,}9+0{,}6*0{,}1} = \frac{0{,}18}{0{,}24} = 0,75$

Konstruera ett Bayesianskt nätverk, med övergångssannolikhetstabeller (hitta på egna sannolikheter), för följande meningar: *För att bli rik på poker krävs tur, tålamod och pengar. Den som blir rik på poker köper ofta en dyr bil. Många med tålamod och kikare är fågelskådare.*


Pengar
Tur
Tålamod
Kikare
Pokerrik
Ornitolog
Dyrbil

Övergångssannolikhetstabeller

Pengar	Tur	Tålamod	$P(pokerrik \mid Pengar, Tur, Tålamod)$
F	F	F	0,1
F	F	T	0,2
F	T	F	0,1
F	T	T	0,2
T	F	F	0,1
T	F	T	0,4
T	T	F	0,2
T	T	T	0,8

Pokerrik	$P(dyrbil \mid Pokerrik)$
F	0,1
T	0,6

P(pengar)
0,2

P(tur)
0,5

P(tålamod)
0,7

P(kikare)
0,3

Kikare	Tålamod	$P(ornitolog \mid Kikare, Tålamod)$
F	F	0,1
F	T	0,2
T	F	0,1
T	T	0,9

Ett test som ska visa om man har en viss sjukdom har en säkerhet på 99%:

- Om man har sjukdomen kommer man testas positivt i 99% av fallen.
- Om man inte har sjukdomen kommer man testas negativt i 99% av fallen.

Antag att 1% av befolkningen har den relevanta sjukdomen.

1. Låt S beteckna händelsen "har sjukdomen" och låt P beteckna händelsen "testas positivt". Översätt uppgiften till sannolikheter för dessa två händelser.
2. Vad är sannolikheten för att en slumpmässigt utvald person testas positivt? Svara genom att ange ett procenttal. Visa hur du räknat.
3. En slumpmässigt utvald person testas positivt på sjukdomen. Vad är sannolikheten att hen faktiskt har sjukdomen? Svara genom att ange ett procenttal. Visa hur du räknat.

1. $P(S) = 0{,}01$, $P(P|S) = 0{,}99$, $P(\neg P|\neg S) = 0{,}99$
2. Svaret är 1,98%. Den relevanta sannolikheten kan tecknas $P(P)$. Med lagen om total sannolikhet:

$$P(P) = P(S)P(P|S) + P(\neg S)P(P|\neg S) =$$

$$0{,}01 \cdot 0{,}99 + 0{,}99 \cdot 0{,}01 = 0{,}0198$$

3. Svaret är 50%. Den relevanta sannolikheten kan tecknas $P(S|P)$. Med Bayes' lag:

$$P(S|P) = \frac{P(P|S)P(S)}{P(P)} = \frac{0{,}99 \cdot 0{,}01}{0{,}0198} = 0{,}5$$