Visa följande med naturlig deduktion

$P \wedge \neg Q \Rightarrow R, \neg R \wedge P \vdash Q$

$$\frac{\alpha \qquad \neg\alpha}{\bot} \qquad (\bot\ \mathrm{I})$$

$$\frac{\alpha \qquad \beta}{\alpha \wedge \beta} \qquad (\wedge\ \mathrm{I})$$

$$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta} \qquad (\vee\ \mathrm{I})$$

$$\frac{\begin{matrix}\alpha \\ \bot\end{matrix}}{\neg\alpha} \qquad (\neg\ \mathrm{I})$$

$$\frac{\begin{matrix}\alpha \\ \beta\end{matrix}}{\alpha \Longrightarrow \beta} \qquad (\Longrightarrow\ \mathrm{I})$$

$$\frac{\alpha \Longrightarrow \beta \qquad \beta \Longrightarrow \alpha}{\alpha \Longleftrightarrow \beta} \qquad (\Longleftrightarrow\ \mathrm{I})$$

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} \qquad (\wedge\ \mathrm{E})$$

$$\frac{\alpha \vee \beta \qquad \alpha \Longrightarrow \beta \qquad \beta \Longrightarrow \delta}{\delta} \qquad (\vee\ \mathrm{E})$$

$$\frac{\alpha \Longrightarrow \beta \qquad \alpha}{\beta} \qquad (\Longrightarrow\ \mathrm{E})$$

$$\frac{\begin{matrix}\neg\alpha \\ \bot\end{matrix}}{\alpha} \qquad (\neg\ \mathrm{E})$$

$$\frac{\alpha \Longleftrightarrow \beta}{\alpha \Longrightarrow \beta} \qquad (\Longleftrightarrow\ \mathrm{E})$$

$P \wedge \neg Q \Rightarrow R, \neg R \wedge P \vdash Q$

$\{1\}$	1	$P \wedge \neg Q \implies R$	Premiss
$\{2\}$	2	$\neg R \wedge P$	Premiss
$\{2\}$	3	P	$2 \wedge E$
$\{4\}$	4	$\neg Q$	Provisorisk premiss
$\{2, 4\}$	5	$P \wedge \neg Q$	3,4 $\wedge I$
$\{1, 2, 4\}$	6	R	1,5 $\implies E$
$\{2\}$	7	$\neg R$	$2 \wedge E$
$\{1,2,4\}$	8	$\perp$	6,7 $\perp I$
$\{1,2\}$	9	Q	4,8$\neg E$

Visa följande med naturlig deduktion

$Q \wedge R \Rightarrow S, P \wedge Q, P \Rightarrow R \vdash S$

$\dfrac{\alpha \quad \neg\alpha}{\bot}$	$(\bot\ \mathrm{I})$	$\dfrac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$	$(\wedge\ \mathrm{E})$
$\dfrac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta}$	$(\wedge\ \mathrm{I})$	$\dfrac{\alpha \vee \beta \quad \alpha \Rightarrow \beta \quad \beta \Rightarrow \delta}{\delta}$	$(\vee\ \mathrm{E})$
$\dfrac{\alpha}{\alpha \vee \beta}$	$(\vee\ \mathrm{I})$	$\dfrac{\alpha \Rightarrow \beta \quad \alpha}{\beta}$	$(\Rightarrow\ \mathrm{E})$
$\dfrac{\begin{matrix}\alpha \\ \bot\end{matrix}}{\neg\alpha}$	$(\neg\ \mathrm{I})$	$\dfrac{\begin{matrix}\neg\alpha \\ \bot\end{matrix}}{\alpha}$	$(\neg\ \mathrm{E})$
$\dfrac{\begin{matrix}\alpha \\ \beta\end{matrix}}{\alpha \Rightarrow \beta}$	$(\Rightarrow\ \mathrm{I})$	$\dfrac{\alpha \Leftrightarrow \beta}{\alpha \Rightarrow \beta}$	$(\Leftrightarrow\ \mathrm{E})$
$\dfrac{\alpha \Rightarrow \beta \quad \beta \Rightarrow \alpha}{\alpha \Leftrightarrow \beta}$	$(\Leftrightarrow\ \mathrm{I})$		

$\{1\}$	1	$Q \wedge R \Rightarrow S$	Premiss
$\{2\}$	2	$P \wedge Q$	Premiss
$\{3\}$	3	$P \Rightarrow R$	Premiss
$\{2\}$	4	P	2, $\wedge E$
$\{2, 3\}$	5	R	3, 4, $\Rightarrow E$
$\{2\}$	6	Q	2, $\wedge E$
$\{2, 3\}$	7	$Q \wedge R$	5, 6, $\wedge I$
$\{1, 2, 3\}$	8	S	1, 7, $\Rightarrow E$

Gör rimliga antaganden och översätt följande meningar till predikatlogiska uttryck:

```
Den som är laktosintolerant tål inte mjölk
Cappuccino innehåller mjölk
Man dricker inte sådant man inte tål
```

och visa med resolution att

```
Laktosintoleranta dricker inte cappuccino
```

Översätt:

(1) $\forall$ x,y Laktosintolerant(x) $\wedge$ Innehåller(y, Mjölk) $\implies$ TålInte(x, y)

(2) $\forall$ x Cappuccino(x) $\implies$ Innehåller(x, Mjölk)

(3) $\forall$x,y,z TålInte(x, y) $\wedge$ Innehåller(z, y) $\implies$ $\neg$Dricker(x, z)

(4) $\forall$ x,y Laktosintolerant(x) $\wedge$ Cappuccino(y) $\implies$ $\neg$Dricker(x, y)

Konvertera:

(1) $\neg$Laktosintolerant(x) $\vee$ $\neg$Innehåller(y, Mjölk) $\vee$ TålInte(x, y)

(2) $\neg$Cappuccino(z) $\vee$ Innehåller(z, Mjölk)

(3) $\neg$TålInte(w, u) $\vee$ $\neg$Innehåller(q, u) $\vee\neg$Dricker(w, q)

(4) $\neg\forall$ x,y Laktosintolerant(x) $\wedge$ Cappuccino(y) $\implies$ $\neg$Dricker(x, y)

(4) $\exists$x,y $\neg$ (Laktosintolerant(x) $\wedge$ Cappuccino(y) $\implies$ $\neg$Dricker(x, y))

(4a) Laktosintolerant(S)

(4b) Cappuccino(T)

(4c) Dricker(S, T)

(5)=(4c)+(3) $\neg$TålInte(S, u) $\vee$ $\neg$Innehåller(T, u)
(6)=(5)+(2) $\neg$TålInte(S, u) $\vee$ $\neg$Cappuccino(T)
(7)=(6)+(4b) $\neg$TålInte(S, u)
(8)=(7)+(1) $\neg$Laktosintolerant(S) $\vee$ $\neg$Innehåller(y, Mjölk)
(9)=(8)+(2)+(4b) $\neg$Laktosintolerant(S)
(10)=(9)+(4a) Tom klausul

Gör rimliga antaganden och översätt följande meningar till predikatlogiska uttryck:

```
Kor har öron
Öron är fladdriga
Har man fladdriga öron viftar man på dem
Viftar man på öronen är man nöjd
Rosa är ko
```

och visa med resolution att

```
Rosa är nöjd
```

(1) $\forall$t Ko(t) $\implies$ $\exists$s Öron(s) $\wedge$ Har(t, s)
(2) $\forall$r Öron(r) $\implies$ Fladdriga(r)
(3) $\forall$x,s Har(x,s) $\wedge$ Öron(s) $\wedge$ Fladdriga(s) $\implies$ ViftarPå(x,s)
(4) $\forall$y,z ViftarPå(y,z) $\wedge$ Öron(z) $\implies$ Nöjd(y)
(5) Ko(Rosa)
och det som skall visas:
(6) Nöjd(Rosa)

efter konvertering fås:
(1) $\neg$ Ko(t) $\vee$ (Öron(g(t)) $\wedge$ Har(t, g(t)))
där g(t) är en Skolemfunktion
(1a) $\neg$ Ko(t) $\vee$ Öron(g(t))
(1b) $\neg$ Ko(w) $\vee$ Har(w,g(w))
(2) $\neg$ Öron(r) $\vee$ Fladdriga(r)
(3) $\neg$ Har(x,s) $\vee$ $\neg$ Öron(s) $\vee$ $\neg$ Fladdriga(s) $\vee$ ViftarPå(x,s)
(4) $\neg$ ViftarPå(y,z) $\vee$ $\neg$ Öron(z) $\vee$ Nöjd(y)
(5) Ko(Rosa)
(6) $\neg$ Nöjd(Rosa)

och sen ger resolution t.ex.
(6) + (4) med $\{y/Rosa\}$:
(7) $\neg$ ViftarPå(Rosa,z) $\vee$ $\neg$ Öron(z)
(7) + (3) med $\{x/Rosa, z/s\}$:
(8) $\neg$ Har(Rosa,s)) $\vee$ $\neg$ Öron(s) $\vee$ $\neg$ Fladdriga(s)
(8) + (2) med $\{r/s\}$:
(11) $\neg$ Har(Rosa,s) $\vee$ $\neg$ Öron(s)
(11) + (1b) med $\{w/Rosa, s/g(w)\}$ ger:
(12) $\neg$ Öron(g(Rosa)) $\vee$ $\neg$ Ko(Rosa)
(12) + (1a) $\{t/Rosa\}$ ger:
(13) $\neg$ Ko(Rosa)
som med (5) ger en tom klausul, dvs Nöjd(Rosa).

Gör rimliga antaganden och översätt följande meningar till predikatlogiska uttryck:

```
Alla barn älskar Rudolf
Rudolf är en ren med röd nos
Allt med röd nos är konstigt eller en clown
Inga renar är clowner
Tomten älskar inget konstigt
```

och visa med resolution att

```
Tomten är inget barn
```

(1) $\forall b$ Barn(b) $\implies$ Älskar(b, Rudolf)
(2) Ren(Rudolf) $\wedge$ RödNos(Rudolf)
(3) $\forall y$ RödNos(y) $\implies$ Konstig(y) $\vee$ Clown(y)
(4) $\neg\exists r$ Ren(r) $\wedge$ Clown(r) $\Leftrightarrow$ $\forall r$ Ren(r) $\implies$ $\neg$ Clown(r)
(5) $\forall k$ Konstig(k) $\implies$ $\neg$ Älskar(Tomten,k)
och det som skall visas:
(6) $\neg$ Barn(Tomten)

efter konvertering fås:

(1) $\neg$ Barn(b) $\vee$ Älskar(b, Rudolf)

(2a) Ren(Rudolf)

(2b) RödNos(Rudolf)

(3) $\neg$ RödNos(y) $\vee$ Konstig(y) $\vee$ Clown(y)

(4) $\neg$ Ren(r) $\vee$ $\neg$ Clown(r)

(5) $\neg$ Konstig(k) $\vee$ $\neg$ Älskar(Tomten,k)

(6) Barn(Tomten)

och sen ger resolution t.ex.
(6) + (1) med {b/Tomten} ger:
(7) Älskar(Tomten, Rudolf)
(7) + (5) med {k/Rudolf} ger:
(8) ¬ Konstig(Rudolf)
(8) + (3) med {y/Rudolf} ger:
(9) ¬ RödNos(Rudolf) ∨ Clown(Rudolf)
(9) + (2b) ger:
(10) Clown(Rudolf)
(10) + (4) med {r/Rudolf} ger:
(11) ¬ Ren(Rudolf)
(11) + (2a) ger en tom klausul, dvs ¬ Barn(Tomten).