

# 729G78 Artificiell intelligens

## Kunskapsrepresentation – Predikatlogik 3

Arne Jönsson

HCS/IDA

# Inferens för predikatlogik

# Konvertering till konjunktiv normalform

1. Eliminera implikation
2. Reducera negationernas räckvidd  
 $\forall xP(x) \equiv \neg\exists x\neg P(x)$ ,  $\neg\forall xP(x) \equiv \exists x\neg P(x)$ ,  $\forall x\neg P(x) \equiv \neg\exists xP(x)$ ,  $\neg\forall x\neg P(x) \equiv \exists xP(x)$
3. Standardisera variabler
4. Eliminera existenskvantifierare, skolemisering
5. Konvertera till prenex form
6. Skippa prefix  
Allt är allkvantifierat
7. Konvertera till konjunktion av disjunktioner
8. Bilda klausuler  
Implicit konjunktion mellan klausuler
9. Döp om variabler

# Skolemisering

- Ersätter existenskvantifierade variabler med konstant, eller funktion som vid behov tar fram den individ för vilken uttrycket gäller
- Ex.  $\exists x P(x) \Rightarrow P(S)$  där  $S$  är en skolemkonstant och står för den individ  $S$  för vilken  $P(x)$
- Ex. Alla har ett hjärta  
 $\forall x \text{ Person}(x) \Rightarrow \exists y \text{ Hjärta}(y) \wedge \text{Har}(x,y)$
- Skolemkonstant ger  $\forall x \text{ Person}(x) \Rightarrow \text{Hjärta}(S) \wedge \text{Har}(x,S)$ , dvs alla har samma hjärta vilket är fel
- Inför skolemfunktion,  $g(x)$ , som beror av allkvantifierade variabeln  $x$  ger  $\forall x \text{ Person}(x) \Rightarrow \text{Hjärta}(g(x)) \wedge \text{Har}(x,g(x))$

# Exempel, 1

$$\forall x \{P(x) \Rightarrow (\forall y[P(y) \Rightarrow P(f(x, y))] \wedge \neg \forall y[Q(x, y) \Rightarrow P(y)])\}$$

1 Eliminera implikation

$$\forall x \{\neg P(x) \vee (\forall y[\neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge \neg \forall y[\neg Q(x, y) \vee P(y)])\}$$

2 Reducera negationernas räckvidd

$$\forall x \{\neg P(x) \vee (\forall y[\neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge \exists y[Q(x, y) \wedge \neg P(y)])\}$$

3 Standardisera variabler

$$\forall x \{\neg P(x) \vee (\forall y[\neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge \exists z[Q(x, z) \wedge \neg P(z)])\}$$

4 Eliminera existenskvantifierare

$$\forall x \{\neg P(x) \vee (\forall y[\neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge [Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x))])\}$$

5 Konvertera till prenex form

$$\forall x \forall y \{\neg P(x) \vee ([\neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge [Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x))])\}$$

# Exempel, 2

6 Skippa prefix

$$\{\neg P(x) \vee ([\neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge [Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x))])\}$$

7 Konvertera till konjunktion av disjunktioner

$$[\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))] \wedge [\neg P(x) \vee Q(x, g(x))] \wedge [\neg P(x) \vee \neg P(g(x))]$$

8 Bilda klausuler

$$\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))$$

$$\neg P(x) \vee Q(x, g(x))$$

$$\neg P(x) \vee \neg P(g(x))$$

9 Döp om variabler

$$\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))$$

$$\neg P(z) \vee Q(z, g(z))$$

$$\neg P(w) \vee \neg P(g(w))$$

# Exempel

1. Bertil var pudel
2. Bertil föddes 1955
3. Ingen hund lever längre än 50 år
4. Pudlar är hundar
5. Alla hundar är däggdjur
6. Nu är det 2022
7. Visa att det finns döda pudlar nu

# Exempel, översätt

1. Bertil var pudel  
 $\text{Pudel}(\text{Bertil})$
2. Bertil föddes 1955  
 $\text{Född}(\text{Bertil}, 1955)$
3. Ingen hund lever längre än 50 år  
 $\forall x, s, t \text{ Hund}(x) \wedge \text{Född}(x, s) \wedge \text{störreÄn}(t-s, 50) \Rightarrow \text{Död}(x, t)$
4. Pudlar är hundar  
 $\forall x \text{ Pudel}(x) \Rightarrow \text{Hund}(x)$
5. Alla hundar är däggdjur  
 $\forall x \text{ Hund}(x) \Rightarrow \text{Däggdjur}(x)$
6. Nu är det 2022  
 $\text{Nu} = 2022$
7. Det finns döda pudlar nu  
 $\exists x \text{ Pudel}(x) \wedge \text{Död}(x, \text{Nu})$



# Exempel, konvertera 1

1. Pudel(Bertil)
2. Född(Bertil, 1955)
3.  $\forall x,s,t \text{ Hund}(x) \wedge \text{Född}(x, s) \wedge \text{störreÄn}(t-s, 50) \Rightarrow \text{Död}(x, t) \equiv$   
 $\neg(\text{Hund}(x) \wedge \text{Född}(x, s) \wedge \text{störreÄn}(t-s, 50)) \vee \text{Död}(x,t) \equiv$   
 $\neg\text{Hund}(x) \vee \neg\text{Född}(x, s) \vee \neg\text{störreÄn}(t-s, 50) \vee \text{Död}(x,t)$
4.  $\forall x \text{ Pudel}(x) \Rightarrow \text{Hund}(x)$   
 $\neg\text{Pudel}(x) \vee \text{Hund}(x)$
5.  $\forall x \text{ Hund}(x) \Rightarrow \text{Däggdjur}(x)$   
 $\neg\text{Hund}(x) \vee \text{Däggdjur}(x)$
6. Nu = 2022
7.  $\exists x \text{ Pudel}(x) \wedge \text{Död}(x, \text{Nu})$  Negera och konvertera  
 $\neg\exists x \text{ Pudel}(x) \wedge \text{Död}(x, \text{Nu}) \equiv \forall x \neg (\text{Pudel}(x) \wedge \text{Död}(x, \text{Nu})) \equiv$   
 $\neg\text{Pudel}(x) \vee \neg\text{Död}(x, \text{Nu})$

# Exempel, konvertera 2

Standardisera variabler

1. Pudel(Bertil)
2. Född(Bertil, 1955)
3.  $\neg$ Hund(x)  $\vee$   $\neg$ Född(x, s)  $\vee$   $\neg$ störreÄn(t-s, 50)  $\vee$  Död(x,t)
4.  $\neg$ Pudel(p)  $\vee$  Hund(p)
5.  $\neg$ Hund(h)  $\vee$  Däggdjur(h)
6. Nu = 2022
7.  $\neg$ Pudel(w)  $\vee$   $\neg$ Död(w, Nu)

# Resolution

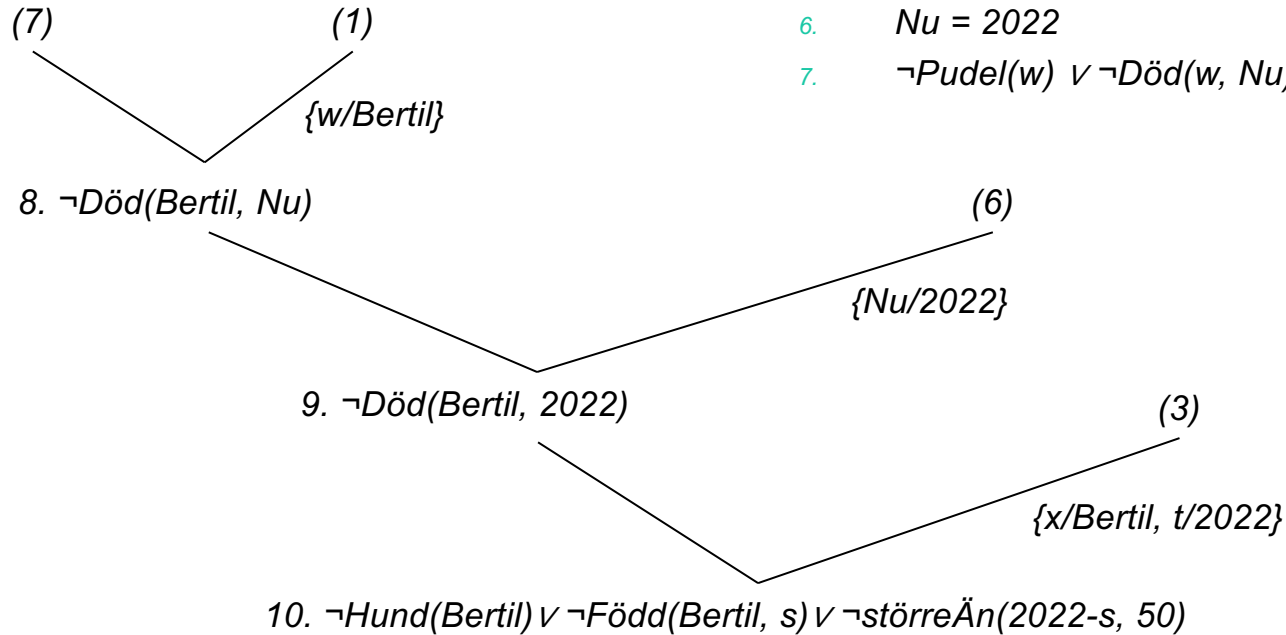
1. Konvertera alla satser till konjunktiv normalform
2. Negera vad som skall visas, konvertera till konjunktiv normalform och lägg till kunskapsbasen
3. Upprepa till kontradiktion eller ingen förbättring eller annat stoppvillkor
  - a. Välj två klausuler
  - b. Resolvera dessa. Resolventen är disjunktionen av alla termer med lämpliga substitutioner.
  - c. Om resolventen tomma mängden så returnera kontradiktion, annars lägg resolventen till KB

# Resolutionsstrategier

- Ta bara satser med komplement
- Föredra små resolventer
  - Unit preference
- Set of support
  - Behåll en bra delmängd. Börja med slutsatsen
- Eliminera satser som subsumeras av andra

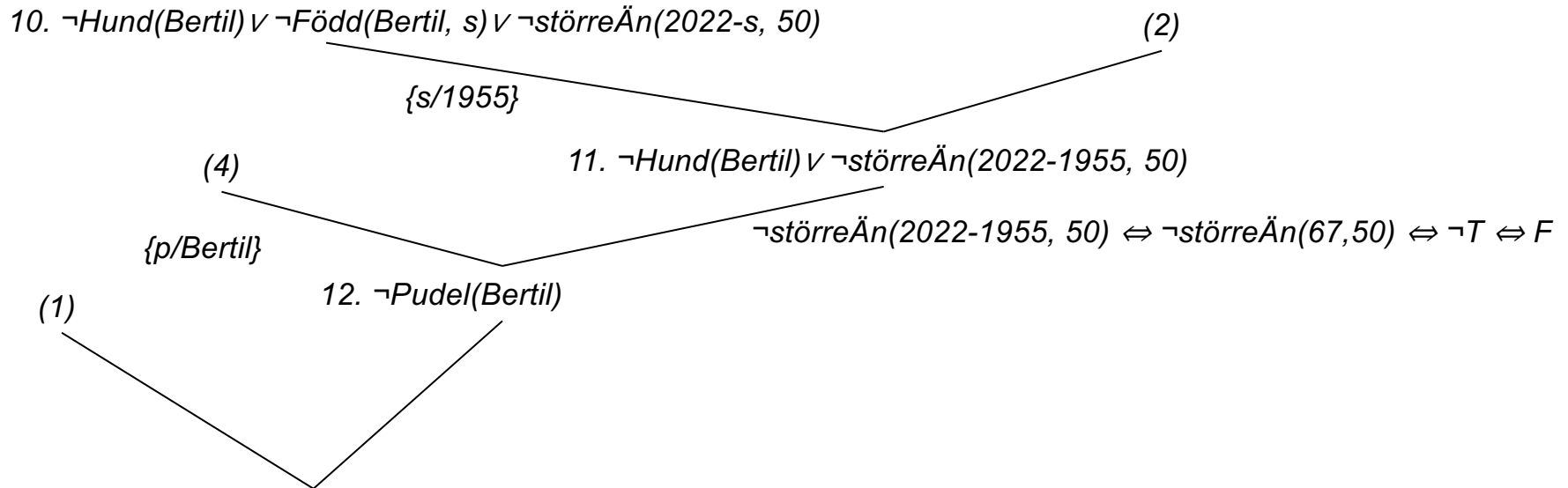
# Resolutionsexempel

1.  $Pudel(Bertil)$
2.  $Född(Bertil, 1955)$
3.  $\neg Hund(x) \vee \neg Född(x, s) \vee \neg störreÄn(t-s, 50) \vee Död(x, t)$
4.  $\neg Pudel(p) \vee Hund(p)$
5.  $\neg Hund(h) \vee Däggdjur(h)$
6.  $Nu = 2022$
7.  $\neg Pudel(w) \vee \neg Död(w, Nu)$



# Resolutionsexempel, 2

1.  $Pudel(Bertil)$
2.  $Född(Bertil, 1955)$
3.  $\neg Hund(x) \vee \neg Född(x, s) \vee \neg störreÄn(t-s, 50) \vee Död(x, t)$
4.  $\neg Pudel(p) \vee Hund(p)$
5.  $\neg Hund(h) \vee Däggdjur(h)$
6.  $Nu = 2022$
7.  $\neg Pudel(w) \vee \neg Död(w, Nu)$



Motsägelse, alltså *Det finns en död pudel nu*