

729G78 Artificiell intelligens

Kunskapsrepresentation – Predikatlogik 2

Robin Keskisärkkä

HCS/IDA

Predikatlogik

- Behåller tanken om konstanter/objekt från satslogiken
- Introducerar variabler
 - Ex. $x, y, z, a, b, c, \dots$
- Introducerar predikat
 - Ex. $\text{Människa}(a), \text{Känner}(a, b), \text{Hungrig}(\text{Robin}, t), \dots$
- Variabler kan definieras med
 - Allkvantifikator ($\forall$), *alla*
 - Existentiell kvantifikator ($\exists$), *någon*

Predikatlogik, exempel

- *Harry är en trollkarl*
 $\text{Trollkarl}(\text{Harry})$
- *Alla trollkarlar kan trola*
 $\forall x \text{Trollkarl}(x) \Rightarrow \text{KanTrola}(x)$
- *Alla trollkarlar känner till Dumbledore*
 $\forall x \text{Trollkarl}(x) \Rightarrow \text{KännerTill}(x, \text{Dumbledore})$
- *Några trollkarlar är onda*
 $\exists x \text{Trollkarl}(x) \Rightarrow \text{Ond}(x)$
- *Ingen mugglare kan trola*
 $\neg \exists m \text{Mugglare}(m) \wedge \text{Trola}(m)$
eller
 $\forall m \text{Mugglare}(m) \Rightarrow \neg \text{Trola}(m)$

Kunskapsbaser

Skapa en kunskapsbas

Iterativ process

1. Identifiera uppgiften
2. Inhämta relevant domänkunskap
3. Definiera ett vokabulär
4. Skriv axiom som beskriver domänen
5. Gör en problemkodning
6. Testa och använd
7. Felsökning

Wumpus-världen

Percept: [Stank, Bris, Glitter, Bump, Skrik]

Handlingar: [Forward, Right, Left, Grab, Shoot, Climb]

Koordinater: [x, y]

Tid: T_i

Predikat: Breezy(t), Pit(l), Adjacent(l_1, l_2), Wall(l)...

Stank		Bris	HÅL
	Stank Bris Glitter 	HÅL	Bris
Stank		Bris	
	Bris	HÅL	Bris

Hantera förändring

- Världen består av en sekvens av **situationer**
- **Handlingar** resulterar i nya situationer
- **Fluents** är predikat som beskriver relationer eller egenskaper som kan påverkas av handlingar

Representation av världen

- Närliggande rutor

$\forall x,y,z,w \text{ Adjacent}([x, y],[z, w]) \Leftrightarrow [z, w] \in \{[x+1,y], [x-1,y], [x, y+1], [x, y-1]\}$

koordinat



intelligande rutor



- Lagra ny information, ex

$\forall s,t \text{ At}(\text{Agent}, l, t) \wedge \text{Breeze}(t) \Rightarrow \text{Breezy}(l)$
där l är en koordinat och t är en tidpunkt

- Diagnosregler (diagnosticerar från effekter till fakta)

$\forall s \text{ Breezy}(s) \Rightarrow \exists r \text{ Adjacent}(r, s) \wedge \text{Pit}(r)$
där r och s är koordinater

- Kausala regler (modellbaserade resonemang)

$\forall r \text{ Pit}(r) \Rightarrow (\forall s \text{ Adjacent}(r, s) \Rightarrow \text{Breezy}(s))$

Hantera förändring

- Vill uttrycka hur en handling påverkar världen i predikatlogik
- Tidsvariabel för sådant som ändrar sig
 - Ex $At(\text{Agent}, [1, 1], T_0)$, $At(\text{Agent}, [1, 2], T_1)$
 - Saker som aldrig ändrar sig behöver ingen tidsvariabel, ex $Wall([0, 1])$
 - Uppdatera världen
 - Om $Action(\text{Forward}, T_1)$ resulterar i $At(\text{Agent}, [2, 3], T_2)$
så resulterar
 $Action(\text{Grab}, T_2)$ i $Holding(\text{Gold}, T_3)$

Exempel

- Beskrivning av wumpusvärldens initialtillstånd

At(Agent, [1, 1], T_0)

Direction(Agent, North, T_0)

At(Wumpus, [1, 3])

At(Pit1, [3, 1])

At(Pit2, [3, 3])

At(Pit3, [4, 4])

At(Gold, [2, 3])

Stank		Bris	HÅL
	Stank Bris Glitter 	HÅL	Bris
Stank		Bris	
	Bris	HÅL	Bris

Effektaxiom

- **Effektaxiom** beskriver det som förändras i världen
- Handlingar

$$\forall x,y,t \text{ At}(\text{Agent}, [x, y], t) \wedge \text{Direction}(\text{Agent}, \text{North}, t) \wedge \text{Action}(\text{Forward}, t) \Rightarrow \text{At}(\text{Agent}, [x, y+1], t+1)$$
$$\forall a,t \text{ Direction}(\text{Agent}, \text{East}, t) \wedge \text{Action}(\text{Left}, t) \Rightarrow \text{Direction}(\text{Agent}, \text{North}, t+1)$$
$$\forall x,y,t \text{ At}(\text{Agent}, [x, y], t) \wedge \text{At}(\text{Gold}, [x, y], t) \wedge \text{Action}(\text{Grab}, t) \Rightarrow \text{Holding}(\text{Agent}, \text{Gold}, t+1)$$

Frameaxiom

- **Frameaxiom** och beskriver det som **inte** förändras vid en handling
- Agenten har gulder på koordinat [2,3]
 $\text{Anta } \text{At}(\text{Agent}, [2, 3], T_1), \text{ Holding}(\text{Gold}, T_1)$
- Anta att agenten går framåt. Agenten får en ny position.
 $\text{At}(\text{Agent}, [2, 3], T_1) \wedge \text{Direction}(\text{Agent}, \text{North}, T_1) \wedge \text{Action}(\text{Forward}, T_1) \Rightarrow \text{At}(\text{Agent}, [2, 4], T_2)$
- ... men agenten måste fortfarande ha guld det med sig vid T_2 , dvs.
Om agenten inte släpper guld det så håller den kvar det i nästa steg.
 $\forall x, t \text{ Holding}(x, t) \wedge \neg \text{Action}(\text{Release}, t) \Rightarrow \text{Holding}(x, t+1)$
och omvänt:
 $\forall x, t \neg \text{Holding}(x, t) \wedge \neg \text{Action}(\text{Grab}, t) \Rightarrow \neg \text{Holding}(x, t+1)$

Problem

- Hur representerar vi vad som påverkas utan att inkludera allt som inte förändras?
 - Frameproblemet: Vad har ändrats och vad har inte ändrats?
 - Kräver många frameaxiom!
- Relaterade problem
 - Qualification problem

Hur räknar vi upp under vilka omständigheter en handling lyckas?
 - Ramification problem

Hur räknar vi upp alla implicita konsekvenser av en handling?

Successor-state-axiom

- En lösning på frameproblemet
- Beskriver hur saker förändras över tid i en och samma formel
 - Antingen gör en handling att något blir sant **eller** så var det redan sant och ingen handling har gjort det falskt
- Ex: Pacman går mot öst

$$\begin{aligned} \forall x, y, t \text{ At}(\text{Agent}, [x+1, y], t+1) \Leftrightarrow \\ & (\text{Action}(\text{Forward}, t) \wedge \text{At}(\text{Agent}, [x, y], t) \wedge \text{Direction}(\text{Agent}, \text{East}, t)) \\ & \vee \\ & (\neg \text{Action}(\text{Forward}, t) \wedge \text{At}(\text{Agent}, [x+1, y], t)) \end{aligned}$$

Successor-state-axiom

Agentens position vid tidpunkt t+1



$$\begin{aligned} \text{At}(\text{Pacman}, [x+1, y], t+1) &\Leftrightarrow \\ &(\text{Action}(\text{Forward}, t) \wedge \text{At}(\text{Pacman}, [x, y], t) \wedge \text{Direction}(\text{Pacman}, \text{East}, t)) \\ &\vee \\ &(\neg \text{Action}(\text{Forward}, t) \wedge \text{At}(\text{Pacman}, [x+1, y], t)) \end{aligned}$$

Successor-state-axiom

Agenten pekar mot öst och går framåt från en viss position vid tidpunkt t



$$\begin{aligned} \text{At}(\text{Pacman}, [x+1, y], t+1) &\Leftrightarrow \\ &(\text{Action}(\text{Forward}, t) \wedge \text{At}(\text{Pacman}, [x, y], t) \wedge \text{Direction}(\text{Pacman}, \text{East}, t)) \\ &\vee \\ &(\neg \text{Action}(\text{Forward}, t) \wedge \text{At}(\text{Pacman}, [x+1, y], t)) \end{aligned}$$

Successor-state-axiom

$$\begin{aligned} \text{At}(\text{Pacman}, [x+1, y], t+1) &\Leftrightarrow \\ &(\text{Action}(\text{Forward}, t) \wedge \text{At}(\text{Pacman}, [x, y], t) \wedge \text{Direction}(\text{Pacman}, \text{East}, t)) \\ &\vee \\ &(\neg \text{Action}(\text{Forward}, t) \wedge \text{At}(\text{Pacman}, [x+1, y], t)) \end{aligned}$$

↑

Agenten har inte rört sig framåt men stod redan på $[x+1, y]$ vid tidpunkt t

Resolution i predikatlogik: Unifiering

Resolution

1. Konvertera alla satser till konjunktiv normalform (KNF)
2. Negera vad som ska visas som KNF och lägg till i kunskapsbasen
3. Upprepa till dess en kontradiktion hittas eller annat stoppvillkor
 - a. Välj två klausuler som delar en term och dess komplement (ex. a och $\neg a$)
 - b. Resolventen är disjunktionen av alla termer **med lämpliga substitutioner**
 - c. Om resolventen är tomma mängden så returnera kontradiktion, annars lägg till resolventen i KB

Resolution för predikatlogik

- Hur hanterar vi variabler och kvantifierare?
- Hur konverterar vi predikatlogik till KNF?
- Hur hittar vi resolventer givet två klausuler?

Unifiering

- I predikatlogik förekommer variabler
- För att lyckas med resolution i predikatlogik behöver man hitta alla lämpliga substitutioner (kallas **unifiering**)
- Variabler byts mot andra variabler eller konstanter, en substitution

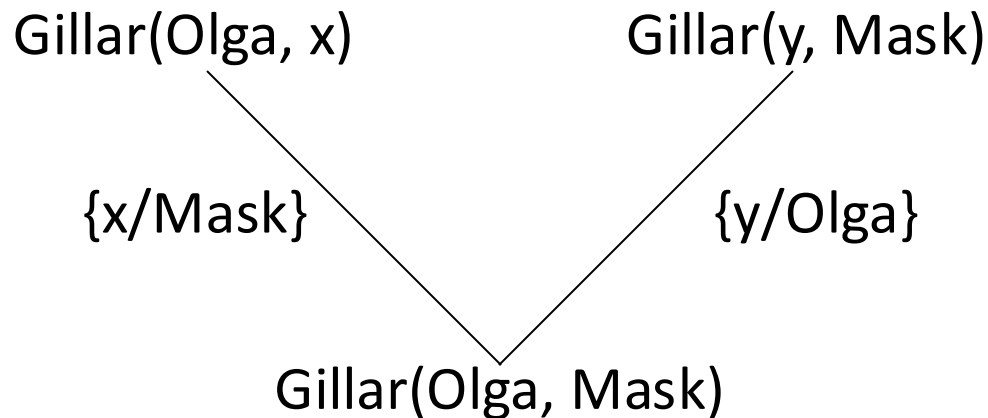
Unifiering: Exempel 1

Gillar(Olga, x)

Gillar(y, Mask)

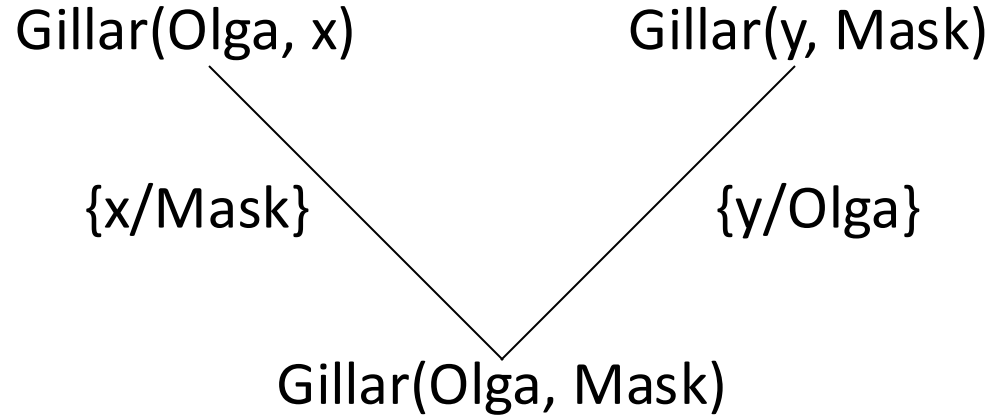
OBS: Vi antar nu endast allkvantifierade ($\forall$) variabler, vilket är skälet till att vi får byta ut variablerna mot andra värden eller andra variabler.

Unifiering: Exempel 1



OBS: Vi antar nu endast allkvantifierade ($\forall$) variabler, vilket är skälet till att vi får byta ut variablerna mot andra värden eller andra variabler.

Unifiering: Exempel 1



$\text{Gillar}(\text{Olga}, x)$ och $\text{Gillar}(y, \text{Mask})$ kan alltså unifieras med hjälp av substitutionerna $\{x/\text{mask}, y/\text{Olga}\}$

OBS: Vi antar nu endast allkvantifierade ($\forall$) variabler, vilket är skälet till att vi får byta ut variablerna mot andra värden eller andra variabler.

Unifiering: Exempel 2

1. $\forall x \text{ M\"anniska}(x) \Rightarrow \text{D\"odlig}(x)$
2. $\forall x \text{ T\"änker}(x) \Rightarrow \text{M\"anniska}(x)$
3. $\text{T\"änker}(\text{Descartes})$

Unifiering: Exempel 2

1. $\forall x \text{ M\"anniska}(x) \Rightarrow \text{D\"odlig}(x)$
2. $\forall x \text{ T\"änker}(x) \Rightarrow \text{M\"anniska}(x)$
3. $\text{T\"änker}(\text{Descartes})$

Unifiering: Exempel 2

1. $\forall x \text{ M\"anniska}(x) \Rightarrow \text{D\"odlig}(x)$
2. $\forall x \text{ T\"anker}(x) \Rightarrow \text{M\"anniska}(x)$
3. $\text{T\"anker}(\text{Descartes})$

$\forall x \text{ M\"anniska}(x) \Rightarrow \text{D\"odlig}(x) \equiv$
 $\forall x \neg \text{M\"anniska}(x) \vee \text{D\"odlig}(x)$

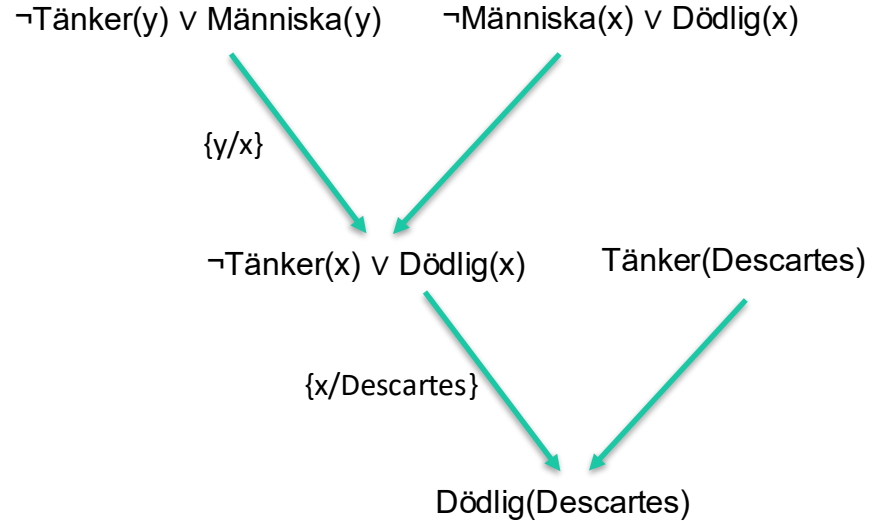
$\forall x \text{ T\"anker}(x) \Rightarrow \text{M\"anniska}(x) \equiv$
 $\forall x \neg \text{T\"anker}(x) \vee \text{M\"anniska}(x)$

Unifiering: Exempel 2

1. $\forall x \neg \text{Människa}(x) \vee \text{Dödlig}(x)$
 2. $\forall x \neg \text{Tänker}(x) \vee \text{Människa}(x)$
 3. $\text{Tänker}(\text{Descartes})$
- Ta bort allkvantifierare
- 

Unifiering: Exempel 2

1. $\neg \text{Människa}(x) \vee \text{Dödlig}(x)$
2. $\neg \text{Tänker}(y) \vee \text{Människa}(y)$
3. $\text{Tänker}(\text{Descartes})$



Några viktiga logiska ekvivalenser

- | | |
|---|----------------------------|
| 1. $\alpha \wedge \beta \equiv \beta \wedge \alpha$ | kommutativ lag |
| 2. $\alpha \vee \beta \equiv \beta \vee \alpha$ | kommutativ lag |
| 3. $\alpha \wedge (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \wedge \beta) \wedge \delta$ | associativ lag |
| 4. $\alpha \vee (\beta \vee \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \vee \delta$ | associativ lag |
| 5. $\neg\neg\alpha \equiv \alpha$ | dubbelnegationseliminering |
| 6. $\alpha \implies \beta \equiv \neg\beta \implies \neg\alpha$ | kontraposition |
| 7. $\alpha \implies \beta \equiv \neg\alpha \vee \beta$ | eliminering av implikation |
| 8. $\alpha \wedge (\beta \vee \delta) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \delta)$ | distributiv lag |
| 9. $\alpha \vee (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \delta)$ | distributiv lag |
| 10. $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$ | De Morgan |
| 11. $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$ | De Morgan |

Sammanfattning

- Strategier för att hantera förändring över tid
- Effektaxiom
 - Beskriver det som ändras
- Frameaxiom
 - Beskriver det som inte ändras
- Successor-state axiom
 - Beskriver det som ändras och det som inte ändras i en formel
- Unifiering
 - Substitution av allkvantifierade variabler