

Naturlig deduktion

Introduktionsregler		Eliminationsregler	
$\frac{\alpha \quad \neg\alpha}{\perp}$	$\perp I$	$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha}$	$\wedge E$
$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta}$	$\wedge I$	$\frac{\alpha \vee \beta \quad \alpha \Rightarrow \delta \quad \beta \Rightarrow \delta}{\delta}$	$\vee E$
$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta}$	$\vee I$	$\frac{\alpha \Rightarrow \beta \quad \alpha}{\beta}$	$\Rightarrow E$
$\frac{\alpha}{\frac{\perp}{\neg\alpha}}$	$\neg I$	$\frac{\neg\alpha}{\frac{\perp}{\alpha}}$	$\neg E$
$\frac{\alpha}{\frac{\beta}{\alpha \Rightarrow \beta}}$	$\Rightarrow I$	$\frac{\alpha \Leftrightarrow \beta}{\alpha \Rightarrow \beta}$	$\Leftrightarrow E$
$\frac{\alpha \Rightarrow \beta \quad \beta \Rightarrow \alpha}{\alpha \Leftrightarrow \beta}$	$\Leftrightarrow I$		

Premissmängderna räknas ut som:

- **Unionen** av radernas premissmängder för reglerna $\perp I$, $\wedge I$, $\wedge E$, $\vee I$, $\vee E$, $\Rightarrow E$, $\Leftrightarrow I$, $\Leftrightarrow E$
- **Differensen** för reglerna $\neg I$, $\neg E$, $\Rightarrow I$

Premissmängd	#	Formel	Regel
{1}	1	A_1	Premiss
:	:	:	:
{Beror av regel}	i	A_i	Radnummer, regel
:	:	:	:
{Bara premisser}	x	B	Slutsats

Resolution

Konvertering till KNF

1. Eliminera implikation
2. Flytta negationer inåt
3. Standardisera variabler
4. Eliminera existenskvantifikator ("skolemisering")
5. Eliminera allkvantifikator
6. Konvertera till konjunktion av disjunktioner (KNF)

Några viktiga logiska ekvivalenser

- | | |
|---|--|
| 1. $\alpha \wedge \beta \equiv \beta \wedge \alpha$ | kommutativ lag |
| 2. $\alpha \vee \beta \equiv \beta \vee \alpha$ | kommutativ lag |
| 3. $\alpha \wedge (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \wedge \beta) \wedge \delta$ | associativ lag |
| 4. $\alpha \vee (\beta \vee \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \vee \delta$ | associativ lag |
| 5. $\neg\neg\alpha \equiv \alpha$ | dubbelnegationseliminering |
| 6. $\alpha \Rightarrow \beta \equiv \neg\beta \Rightarrow \neg\alpha$ | kontraposition |
| 7. $\alpha \Rightarrow \beta \equiv \neg\alpha \vee \beta$ | eliminering av implikation |
| 8. $\alpha \wedge (\beta \vee \delta) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \delta)$ | distributiv lag |
| 9. $\alpha \vee (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \delta)$ | distributiv lag |
| 10. $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$ | De Morgan |
| 11. $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$ | De Morgan |
| 12. $\neg(\forall x P(x)) \equiv \exists x \neg P(x)$ | negation av allkvantifierare |
| 13. $\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x \neg P(x)$ | negation av existentiell kvantifierare |

Resolutionsprocess

1. Konvertera alla satser till konjunktiv normalform (KNF)
2. Negera vad som ska visas som KNF och lägg till i kunskapsbasen
3. Upprepa till dess en kontradiktion hittas eller annat stoppvillkor
 - a. Välj två klausuler som delar en term och dess komplement (ex. a och $\neg a$)
 - b. Resolventen är disjunktionen av alla termer med lämpliga substitutioner
 - c. Om resolventen är tomma mängden så returnera kontradiktion, annars lägg till resolventen i KB

Övningar

Naturlig deduktion

1. $A \wedge B, B \wedge C \vdash A \wedge C$
2. $A, \neg(A \wedge \neg B) \vdash B$
3. $A \Rightarrow B \wedge C, B \Rightarrow A \vdash B \Rightarrow C$
4. $\vdash A \Rightarrow A \vee B$
5. $Q \wedge R \Rightarrow S, P \wedge Q, P \Rightarrow R \vdash S$

Resolution

Översätt följande meningar till predikatlogiska uttryck

1. Bengt är en katt
2. Alla katter klöser på något
3. Vissa katter har inte någon päls
4. En katt utan päls är bra för pälsallergiker

Skriv om följande till KNF

1. $A \vee B \Rightarrow C$
2. $P \wedge Q \Rightarrow R$
3. $\neg(A \vee B) \Rightarrow C$
4. $(A \vee (B \wedge C)) \Rightarrow D$
5. $\forall x P(x) \Rightarrow Q(x)$
6. $\neg \forall x P(x) \Rightarrow Q(x)$
7. $\forall x \exists y P(x) \Rightarrow Q(x, y)$

Med resolution, visa att Mary gillar Bob:

1. $\forall x, y \text{ Gillar}(x, y) \Rightarrow \text{Gillar}(y, x)$
2. $\text{Gillar}(\text{Bob}, \text{Mary})$

Med resolution, visa att Bob är glad:

1. $\forall x \text{ Leker}(x) \Rightarrow \text{Glad}(x)$
2. $\text{Hund}(\text{Bob})$
3. $\forall x \text{ Hund}(x) \wedge \neg(\text{Sover}(x) \vee \neg \text{Ung}(x)) \Rightarrow \text{Leker}(x)$
4. $\text{Ung}(\text{Bob}) \wedge \neg \text{Sover}(\text{Bob})$