

1. $A \wedge B, B \wedge C \vdash A \wedge C$

Premissmängd	#	Formel	Regel
{1}	1	$A \wedge B$	Premiss
{2}	2	$B \wedge C$	Premiss
{1}	3	A	1 $\wedge E$
{2}	4	C	2 $\wedge E$
{1, 2}	5	$A \wedge C$	3, 4 $\wedge I$

2. $A, \neg(A \wedge \neg B) \vdash B$

Premissmängd	#	Formel	Regel
{1}	1	A	Premiss
{2}	2	$\neg(A \wedge \neg B)$	Premiss
{3}	3	$\neg B$	Provisorisk premiss
{1, 3}	4	$A \wedge \neg B$	1, 3 $\wedge I$
{1, 2, 3}	5	$\perp$	2, 4 $\perp I$
{1, 2}	6	B	2, 5 $\neg E$

3. $A \Rightarrow B \wedge C, B \Rightarrow A \vdash B \Rightarrow C$

Premissmängd	#	Formel	Regel
{1}	1	$A \Rightarrow B \wedge C$	Premiss
{2}	2	$B \Rightarrow A$	Premiss
{3}	3	B	Provisorisk premiss
{2, 3}	4	A	2, 3 $\Rightarrow E$
{1, 2, 3}	5	$B \wedge C$	1, 4 $\Rightarrow E$
{1, 2, 3}	6	C	5 $\wedge E$
{1, 2}	7	$B \Rightarrow C$	3, 6 $\Rightarrow I$

4. $\vdash A \Rightarrow A \vee B$

Premissmängd	#	Formel	Regel
{1}	1	A	Provisorisk premiss
{1}	2	$A \vee B$	1 $\vee I$
{}	3	$A \Rightarrow A \vee B$	1, 2 $\Rightarrow I$

5. $Q \wedge R \Rightarrow S, P \wedge Q, P \Rightarrow R \vdash S$

Premissmängd	#	Formel	Regel
{1}	1	$Q \wedge R \Rightarrow S$	Premiss
{2}	2	$P \wedge Q$	Premiss
{3}	3	$P \Rightarrow R$	Premiss
{2}	4	P	2 $\wedge E$
{2}	5	Q	2 $\wedge E$
{2, 3}	6	R	3, 4 $\Rightarrow E$
{2, 3}	7	$Q \wedge R$	5, 6 $\wedge I$
{1, 2, 3}	8	S	1, 7 $\Rightarrow E$

Övningar

Översätt följande meningar till predikatlogiska uttryck

1. Bengt är en katt
 $\text{Katt}(\text{Bengt})$
2. Alla katter klöser på något
 $\forall x \text{Katt}(x) \Rightarrow \exists y \text{Klöser}(x, y)$
3. Vissa katter har inte någon päls
 $\exists x \text{Katt}(x) \Rightarrow \neg \text{Päls}(x)$
4. En katt utan päls är bra för pälsallergiker
 $\forall x \text{Katt}(x) \wedge \neg \text{Päls}(x) \Rightarrow \text{BraFörAllergiker}(x)$

Skriv om följande till KNF

1. $A \vee B \Rightarrow C$
 $\neg(A \vee B) \vee C$
 $(\neg A \wedge \neg B) \vee C$
 $(C \vee \neg A) \wedge (C \vee \neg B)$
2. $P \wedge Q \Rightarrow R$
 $\neg(A \wedge B) \vee C$
 $(\neg A \vee \neg B) \vee C$
 $\neg A \vee \neg B \vee C$
3. $\neg(A \vee B) \Rightarrow C$
 $\neg\neg(A \vee B) \vee C$
 $(A \vee B) \vee C$
 $A \vee B \vee C$
4. $(A \vee (B \wedge C)) \Rightarrow D$
 $\neg(A \vee (B \wedge C)) \vee D$
 $(\neg A \wedge \neg(B \wedge C)) \vee D$
 $(\neg A \wedge (\neg B \vee \neg C)) \vee D$
 $(D \vee \neg A) \wedge (D \vee (\neg B \vee \neg C))$
 $(D \vee \neg A) \wedge (D \vee \neg B \vee \neg C)$
5. $\forall x P(x) \Rightarrow Q(x)$
 $P(x) \Rightarrow Q(x)$
 $\neg P(x) \vee Q(x)$
6. $\neg \forall x P(x) \Rightarrow Q(x)$
 $\neg \forall x \neg P(x) \vee Q(x)$
 $\exists x \neg(\neg P(x) \vee Q(x))$
 $\exists x \neg\neg P(x) \wedge \neg Q(x)$
 $\exists x P(x) \wedge \neg Q(x)$
 $P(C) \wedge \neg Q(C)$ där C är en skolemkonstant
7. $\forall x \exists y P(x) \Rightarrow Q(x, y)$
 $\forall x P(x) \Rightarrow Q(x, g(x))$ där g är en skolemfunktion
 $P(x) \Rightarrow Q(x, g(x))$
 $\neg P(x) \vee Q(x, g(x))$

Med resolution, visa att Mary gillar Bob:

1. $\forall x, y \text{ Gillar}(x, y) \Rightarrow \text{Gillar}(y, x)$
2. $\text{Gillar}(\text{Bob}, \text{Mary})$

KNF:

1. $\neg \text{Gillar}(x, y) \vee \text{Gillar}(y, x)$
2. $\text{Gillar}(\text{Bob}, \text{Mary})$
3. $\neg \text{Gillar}(\text{Mary}, \text{Bob})$ negationen av det vi vill visa

1	$\neg \text{Gillar}(x, y) \vee \text{Gillar}(y, x)$	
2	$\text{Gillar}(\text{Bob}, \text{Mary})$	
3	$\neg \text{Gillar}(\text{Mary}, \text{Bob})$	
4	$\text{Gillar}(\text{Mary}, \text{Bob})$	1 + 2 med $\{x/\text{Bob}, y/\text{Mary}\}$
5	Motsägelse, alltså $\text{Gillar}(\text{Mary}, \text{Bob})$	3 + 4

Med resolution, visa att Bob är glad:

1. $\forall x \text{ Leker}(x) \Rightarrow \text{Glad}(x)$
2. $\text{Hund}(\text{Bob})$
3. $\forall x \text{ Hund}(x) \wedge \neg(\text{Sover}(x) \vee \neg \text{Ung}(x)) \Rightarrow \text{Leker}(x)$
4. $\text{Ung}(\text{Bob}) \wedge \neg \text{Sover}(\text{Bob})$

KNF:

1. $\neg \text{Leker}(x) \vee \text{Glad}(x)$
2. $\text{Hund}(\text{Bob})$
3. $\neg \text{Hund}(y) \vee \text{Sover}(y) \vee \neg \text{Ung}(y) \vee \text{Leker}(y)$
4. $\text{Ung}(\text{Bob})$
5. $\neg \text{Sover}(\text{Bob})$
6. $\neg \text{Glad}(\text{Bob})$ negationen av det vi vill visa

1	$\neg \text{Leker}(x) \vee \text{Glad}(x)$	
2	$\text{Hund}(\text{Bob})$	
3	$\neg \text{Hund}(y) \vee \text{Sover}(y) \vee \neg \text{Ung}(y) \vee \text{Leker}(y)$	
4	$\text{Ung}(\text{Bob})$	
5	$\neg \text{Sover}(\text{Bob})$	
6	$\neg \text{Glad}(\text{Bob})$	
7	$\neg \text{Leker}(\text{Bob})$	1 + 6 med $\{x/\text{Bob}\}$
8	$\neg \text{Hund}(\text{Bob}) \vee \text{Sover}(\text{Bob}) \vee \neg \text{Ung}(\text{Bob})$	7 + 3 med $\{y/\text{Bob}\}$
9	$\neg \text{Hund}(\text{Bob}) \vee \text{Sover}(\text{Bob})$	8 + 4
10	$\neg \text{Hund}(\text{Bob})$	9 + 5
11	Motsägelse, alltså $\text{Glad}(\text{Bob})$	1 + 10