

729G78 Artificiell intelligens

Kunskapsrepresentation – Predikatlogik 3

Robin Keskisärkkä

HCS/IDA

Resolution

Inferens för predikatlogik

Vad är resolution?

- Resolution besvarar frågan om ett påstående är sant
- Utnyttjar bevis genom motsägelse
- Enkel process men exponentiell komplexitet

Resolution

1. Konvertera alla satser till konjunktiv normalform (KNF)
2. Negera vad som ska visas som KNF och lägg till i kunskapsbasen
3. Upprepa till dess en kontradiktion hittas eller annat stoppvillkor
 - a. Välj två klausuler som delar en term och dess komplement (ex. a och $\neg a$)
 - b. Resolventen är disjunktionen av alla termer **med lämpliga substitutioner**
 - c. Om resolventen är tomma mängden så returnera kontradiktion, annars lägg till resolventen i KB

Konvertering till konjunktiv normalform

1. Eliminera implikation
2. Flytta negationer inåt
3. Standardisera variabler
4. Eliminera existenskvantifikator ("skolemisering")
5. Eliminera allkvantifikator
6. Konvertera till konjunktion av disjunktioner (KNF)

Några viktiga logiska ekvivalenser (+2 nya)

- | | | |
|-----|--|--|
| 1. | $\alpha \wedge \beta \equiv \beta \wedge \alpha$ | kommutativ lag |
| 2. | $\alpha \vee \beta \equiv \beta \vee \alpha$ | kommutativ lag |
| 3. | $\alpha \wedge (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \wedge \beta) \wedge \delta$ | associativ lag |
| 4. | $\alpha \vee (\beta \vee \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \vee \delta$ | associativ lag |
| 5. | $\neg\neg\alpha \equiv \alpha$ | dubbelnegationseliminering |
| 6. | $\alpha \implies \beta \equiv \neg\beta \implies \neg\alpha$ | kontraposition |
| 7. | $\alpha \implies \beta \equiv \neg\alpha \vee \beta$ | eliminering av implikation |
| 8. | $\alpha \wedge (\beta \vee \delta) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \delta)$ | distributiv lag |
| 9. | $\alpha \vee (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \delta)$ | distributiv lag |
| 10. | $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$ | De Morgan |
| 11. | $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$ | De Morgan |
| 12. | $\neg(\forall x P(x)) \equiv \exists x \neg P(x)$ | negation av allkvantifierare |
| 13. | $\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x \neg P(x)$ | negation av existentiell kvantifierare |

1. Eliminera implikation

- Använd regeln för eliminering av implikation:

$$\alpha \Rightarrow \beta \equiv \neg \alpha \vee \beta$$

- Exempel: *Alla böcker är läsvärda*

$$\forall x \text{ Bok}(x) \Rightarrow \text{Läsvärd}(x)$$

$$\forall x \neg \text{Bok}(x) \vee \text{Läsvärd}(x)$$

2. Flytta negationer inåt

- Använd De Morgans lagar:

$$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$$

$$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$$

- Använd reglerna för att negation av kvantifierare:

$$\neg(\forall x P(x)) \equiv \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x \neg P(x)$$

- Exempel: *Det finns inte någon bok som inte är läsvärd*

$$\neg\exists x \text{ Bok}(x) \wedge \neg\text{Läsvärd}(x)$$

$$\forall x \neg(\text{Bok}(x) \wedge \neg\text{Läsvärd}(x))$$

$$\forall x \neg\text{Bok}(x) \vee \text{Läsvärd}(x)$$

3. Standardisera variabler

- Byt ut variabler som använder samma namn men har olika giltighetsområden/räckvidd (*scope*)

$$\forall x P(x) \Rightarrow \exists x \neg P(x)$$

$$\forall x P(x) \Rightarrow \exists y \neg P(y)$$

- Exempel: *För varje läsvärd bok finns någon bok som inte är läsvärd*

$$\forall x \text{ Bok}(x) \wedge \text{Läsvärd}(x) \Rightarrow \exists x \text{ Bok}(x) \wedge \neg \text{Läsvärd}(x)$$

$$\forall x \text{ Bok}(x) \wedge \text{Läsvärd}(x) \Rightarrow \exists y \text{ Bok}(y) \wedge \neg \text{Läsvärd}(y)$$

4. Eliminera existenskvantifikatorer

- Skolemkonstant: Ersätter en variabel med en konstant

- Exempel: *Det finns någon läsvärd bok*

$\exists x \text{ Bok}(x) \Rightarrow \text{Läsvärd}(x)$

$\text{Bok}(C) \Rightarrow \text{Läsvärd}(C)$

Skolemkonstanten står för någon bok

4. Eliminera existenskvantifikatorer

- Skolemfunktion: Ersätter en variabel som beror på allkvantifierade variabler
- Exempel: *Alla böcker har en författare*

$$\forall x \text{ Bok}(x) \Rightarrow \exists y \text{ SkrivenAv}(x, y)$$

Ersätt y med en funktion som tar x som argument ex. $g(x)$:

$$\forall x \text{ Bok}(x) \Rightarrow \text{SkrivenAv}(x, g(x))$$

Skolemfunktionen $g(x)$ står för någon bok men som är beroende av x

Skolemkonstant eller skolemfunktion?

- Skolemkonstant

$$\exists x P(x) \qquad P(A)$$

$$\exists x P(x) \Rightarrow Q(x) \qquad P(C) \Rightarrow Q(C)$$

$$\exists x, y P(x, y) \Rightarrow Q(x, y) \qquad P(C, D) \Rightarrow Q(C, D)$$

Skolemkonstanten står istället för något, kan inte substitueras

- Skolemfunktion

$$\forall x \exists y P(x) \Rightarrow Q(x, y) \qquad \forall x P(x) \Rightarrow Q(x, g(x))$$

$$\forall x, y \exists z P(x) \wedge Q(y) \Rightarrow R(z) \qquad \forall x, y P(x) \wedge Q(y) \Rightarrow R(g(x, y))$$

Skolemfunktionen står istället för något är beroende av allkvantifierade variabler, variablerna kan i funktionen kan substitueras

5. Eliminera allkvantifikatorer

- Efter att alla variabler standardiserats och existenskvantifikatorer eliminerats kan vi ta bort alla $\forall$

$$\forall x P(x) \Rightarrow \forall y Q(y)$$

$$P(x) \Rightarrow Q(y)$$

Exempel: *Alla böcker har en författare*

$$\forall x \text{ Bok}(x) \Rightarrow \text{SkrivenAv}(x, G(x))$$

$$\text{Bok}(x) \Rightarrow \text{SkrivenAv}(x, G(x))$$

6. Konvertera till konjunktion av disjunktioner (KNF)

- Skriv om uttrycket till konjunktiv normalform (KNF)

Exempel: $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

Exempel: $P \vee (Q \vee R) \equiv P \vee Q \vee R$

Exempel:

$$\begin{aligned} & \textcircled{P} \vee (\textcircled{\neg Q} \wedge \textcircled{(R \vee S)}) \equiv \\ & (P \vee \neg Q) \wedge (P \vee (R \vee S)) \equiv \\ & (P \vee \neg Q) \wedge (P \vee R \vee S) \end{aligned}$$

Distributiv lag

$$\textcircled{\alpha} \vee (\textcircled{\beta} \wedge \textcircled{\delta}) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \delta)$$

Konvertera till KNF, 1

$\forall x \text{ Bok}(x) \wedge (\neg \text{Tråkig}(x) \vee \text{Givande}(x)) \Rightarrow \text{Läsvärd}(x) \equiv$	Eliminera implikation
$\forall x \neg(\text{Bok}(x) \wedge (\neg \text{Tråkig}(x) \vee \text{Givande}(x))) \vee \text{Läsvärd}(x) \equiv$	Flytta negation inåt
$\forall x (\neg \text{Bok}(x) \vee \neg(\neg \text{Tråkig}(x) \vee \text{Givande}(x))) \vee \text{Läsvärd}(x) \equiv$	Flytta negation inåt
$\forall x (\neg \text{Bok}(x) \vee (\text{Tråkig}(x) \wedge \neg \text{Givande}(x))) \vee \text{Läsvärd}(x) \equiv$	Eliminera allkvantifikator
$(\neg \text{Bok}(x) \vee (\text{Tråkig}(x) \wedge \neg \text{Givande}(x))) \vee \text{Läsvärd}(x)$	

Konvertera till KNF, 1

$$(\neg \text{Bok}(x) \vee (\text{Tråkig}(x) \wedge \neg \text{Givande}(x))) \vee \text{Läsvärd}(x) \equiv$$

Försök att bryta ner problemet:

$$\neg \text{Bok}(x) \vee (\text{Tråkig}(x) \wedge \neg \text{Givande}(x)) \equiv$$

$$(\neg \text{Bok}(x) \vee \text{Tråkig}(x)) \wedge (\neg \text{Bok}(x) \vee \neg \text{Givande}(x))$$

Distributiv lag

$$\alpha \vee (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \delta)$$

Konvertera till KNF, 1

$$(\neg \text{Bok}(x) \vee (\text{Tråkig}(x) \wedge \neg \text{Givande}(x))) \vee \text{Läsvärd}(x) \equiv$$

$$((\neg \text{Bok}(x) \vee \text{Tråkig}(x)) \wedge (\neg \text{Bok}(x) \vee \neg \text{Givande}(x))) \vee \text{Läsvärd}(x) \equiv$$

$$\text{Läsvärd}(x) \vee ((\neg \text{Bok}(x) \vee \text{Tråkig}(x)) \wedge (\neg \text{Bok}(x) \vee \neg \text{Givande}(x))) \equiv$$

$$(\text{Läsvärd}(x) \vee (\neg \text{Bok}(x) \vee \text{Tråkig}(x))) \wedge (\text{Läsvärd}(x) \vee (\neg \text{Bok}(x) \vee \neg \text{Givande}(x))) \equiv$$

$$(\text{Läsvärd}(x) \vee \neg \text{Bok}(x) \vee \text{Tråkig}(x)) \wedge (\text{Läsvärd}(x) \vee \neg \text{Bok}(x) \vee \neg \text{Givande}(x))$$

Distributiv lag

$$\alpha \vee (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \delta)$$

Konvertera till KNF, 1

$$(\neg A \vee (B \wedge \neg C)) \vee D \equiv$$

$$((\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee C)) \vee D \equiv$$

$$D \vee ((\neg A \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg C)) \equiv$$

$$(D \vee (\neg A \vee B)) \wedge (D \vee (\neg A \vee \neg C)) \equiv$$

$$(D \vee \neg A \vee B) \wedge (D \vee \neg A \vee \neg C)$$

A: Bok(x)

B: Tråkig(x)

C: Givande(x)

D: Läsvärd(x)

Distributiv lag

$$\alpha \vee (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \delta)$$

Exempel, 2: Mer komplicerat, steg för steg

$$\forall x P(x) \Rightarrow ((\forall y P(y) \Rightarrow P(f(x, y))) \wedge (\neg \forall y Q(x, y) \Rightarrow P(y)))$$

1. Eliminera implikation:

$$\forall x P(x) \Rightarrow ((\forall y P(y) \Rightarrow P(f(x, y))) \wedge (\neg \forall y Q(x, y) \Rightarrow P(y))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y P(y) \Rightarrow P(f(x, y))) \wedge (\neg \forall y Q(x, y) \Rightarrow P(y))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y P(y) \Rightarrow P(f(x, y))) \wedge (\neg \forall y Q(x, y) \Rightarrow P(y))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg \forall y Q(x, y) \Rightarrow P(y))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg \forall y Q(x, y) \Rightarrow P(y))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg \forall y \neg Q(x, y) \vee P(y)))$$

Exempel, 2

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg \forall y \neg Q(x, y) \vee P(y)))$$

2. Flytta negationer inåt

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg \forall y \neg Q(x, y) \vee P(y))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\exists y \neg(\neg Q(x, y) \vee P(y)))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\exists y \neg\neg Q(x, y) \wedge \neg P(y))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\exists y Q(x, y) \wedge \neg P(y)))$$

$$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta$$

De Morgan

$$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta$$

De Morgan

$$\neg(\forall x P(x)) \equiv \exists x \neg P(x)$$

negation av allkvantifierare

$$\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x \neg P(x)$$

negation av existentiell kvantifierare

Exempel, 2

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\exists y Q(x, y) \wedge \neg P(y)))$$

3. Standardisera variabler

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\exists y Q(x, y) \wedge \neg P(y))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\exists z Q(x, z) \wedge \neg P(z)))$$

Exempel, 2

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\exists z Q(x, z) \wedge \neg P(z)))$$

4. Eliminera existenskvantifikatorer

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\exists z Q(x, z) \wedge \neg P(z))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))) \equiv$$

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))$$

där g är en skolemfunktion

Exempel, 2

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))$$

5. Eliminera allkvantifikatorer

$$\forall x \neg P(x) \vee ((\forall y \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x))) \equiv$$

$$\neg P(x) \vee ((\neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))$$

Exempel, 2

$$\neg P(x) \vee ((\neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))$$

6. Konvertera till konjunktion av disjunktioner

$$\begin{aligned} &\neg P(x) \vee ((\neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x))) \equiv \\ &(\neg P(x) \vee (\neg P(y) \vee P(f(x, y)))) \wedge (\neg P(x) \vee (Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))) \equiv \\ &(\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg P(x) \vee (Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))) \equiv \\ &(\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg P(x) \vee (Q(x, g(x)) \wedge \neg P(g(x)))) \equiv \\ &(\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg P(x) \vee Q(x, g(x))) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(g(x))) \equiv \\ &(\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg P(x) \vee Q(x, g(x))) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(g(x))) \end{aligned}$$

Distributiv lag

$$\alpha \vee (\beta \wedge \delta) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \delta)$$

Exempel, 2

$$(\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))) \wedge (\neg P(x) \vee Q(x, g(x))) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(g(x)))$$

Bilda klausuler

$$\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))$$

$$\neg P(x) \vee Q(x, g(x))$$

$$\neg P(x) \vee \neg P(g(x))$$

Döp om variabler (för att undvika förvirring)

$$\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x, y))$$

$$\neg P(z) \vee Q(z, g(z))$$

$$\neg P(w) \vee \neg P(g(w))$$

Exempel

1. Bertil var pudel
2. Bertil föddes 1955
3. Ingen hund lever längre än 50 år
4. Pudlar är hundar
5. Alla hundar är däggdjur
6. Nu är det 2024
7. Visa att det finns någon död pudel nu

Exempel, översätt

1. Bertil var pudel
 $\text{Pudel}(\text{Bertil})$
2. Bertil föddes 1955
 $\text{Född}(\text{Bertil}, 1955)$
3. Ingen hund lever längre än 50 år
 $\forall x, s, t \text{ Hund}(x) \wedge \text{Född}(x, s) \wedge \text{störreÄn}(t-s, 50) \Rightarrow \text{Död}(x, t)$
4. Pudlar är hundar
 $\forall x \text{ Pudel}(x) \Rightarrow \text{Hund}(x)$
5. Alla hundar är däggdjur
 $\forall x \text{ Hund}(x) \Rightarrow \text{Däggdjur}(x)$
6. Det finns en död pudel nu (men vid resolution negerar vi påståendet)
 $\neg \exists x \text{ Pudel}(x) \wedge \text{Död}(x, 2024)$

Exempel, standardisera variabler

1. $\text{Pudel}(\text{Bertil})$
2. $\text{Född}(\text{Bertil}, 1955)$
3. $\forall x, s, t \text{ Hund}(x) \wedge \text{Född}(x, s) \wedge \text{störreÄn}(t-s, 50) \Rightarrow \text{Död}(x, t)$
4. $\forall y \text{ Pudel}(y) \Rightarrow \text{Hund}(y)$
5. $\forall z \text{ Hund}(z) \Rightarrow \text{Däggdjur}(z)$
6. $\neg \exists u \text{ Pudel}(u) \wedge \text{Död}(u, 2024)$

Exempel, konvertera till konjunktiv normalform

1. $\text{Pudel}(\text{Bertil})$
2. $\text{Född}(\text{Bertil}, 1955)$
3. $\forall x, s, t \text{ Hund}(x) \wedge \text{Född}(x, s) \wedge \text{störreÄn}(t-s, 50) \Rightarrow \text{Död}(x, t) \equiv$
 $\neg(\text{Hund}(x) \wedge \text{Född}(x, s) \wedge \text{störreÄn}(t-s, 50)) \vee \text{Död}(x, t) \equiv$
 $\neg\text{Hund}(x) \vee \neg\text{Född}(x, s) \vee \neg\text{störreÄn}(t-s, 50) \vee \text{Död}(x, t)$
4. $\forall y \text{ Pudél}(y) \Rightarrow \text{Hund}(y) \equiv$
 $\neg\text{Pudel}(y) \vee \text{Hund}(y)$
5. $\forall z \text{ Hund}(z) \Rightarrow \text{Däggdjur}(z) \equiv$
 $\neg\text{Hund}(z) \vee \text{Däggdjur}(z)$
6. $\neg\exists x \text{ Pudél}(u) \wedge \text{Död}(u, 2024) \equiv$
 $\forall x \neg(\text{Pudel}(u) \wedge \text{Död}(u, 2024)) \equiv$
 $\neg\text{Pudel}(u) \vee \neg\text{Död}(u, 2024)$

Exempel, konvertera till konjunktiv normalform

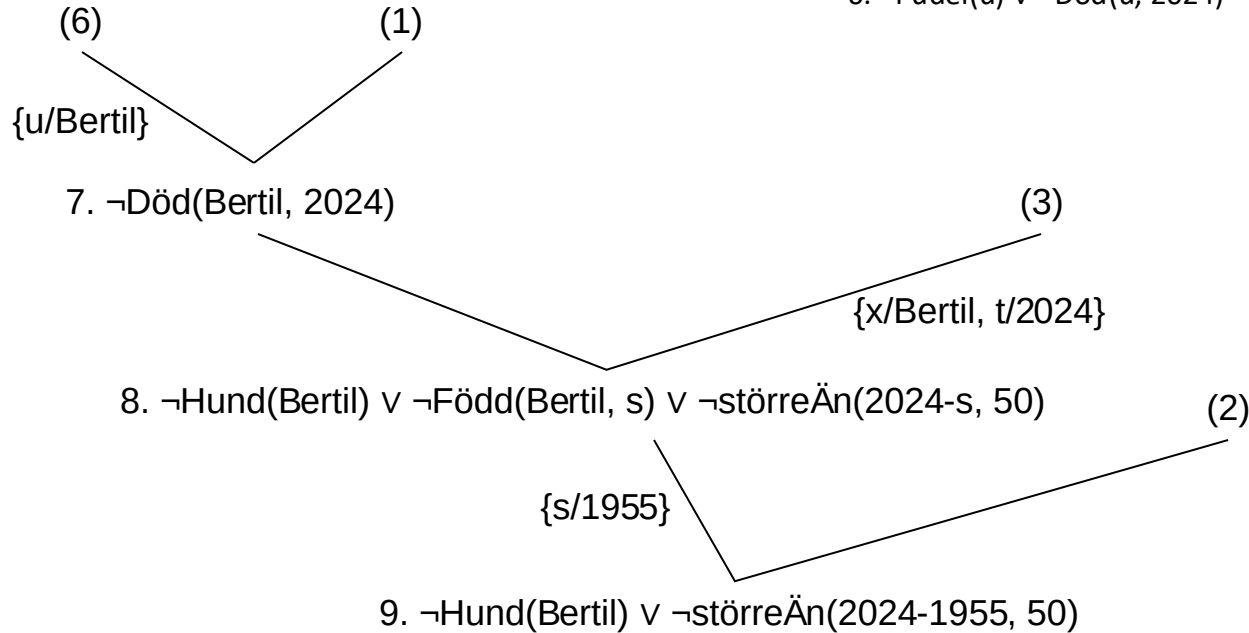
1. $\text{Pudel}(\text{Bertil})$
2. $\text{Född}(\text{Bertil}, 1955)$
3. $\neg \text{Hund}(x) \vee \neg \text{Född}(x, s) \vee \neg \text{störreÄn}(t-s, 50) \vee \text{Död}(x, t)$
4. $\neg \text{Pudel}(y) \vee \text{Hund}(y)$
5. $\neg \text{Hund}(z) \vee \text{Däggdjur}(z)$
6. $\neg \text{Pudel}(u) \vee \neg \text{Död}(u, 2024)$

Resolutionsstrategier

- Ta bara satser med komplement
- Föredra små resolventer
- Börja med slutsatsen och försök behålla en bra delmängd
- Eliminera satser som redan beskrivs av andra satser

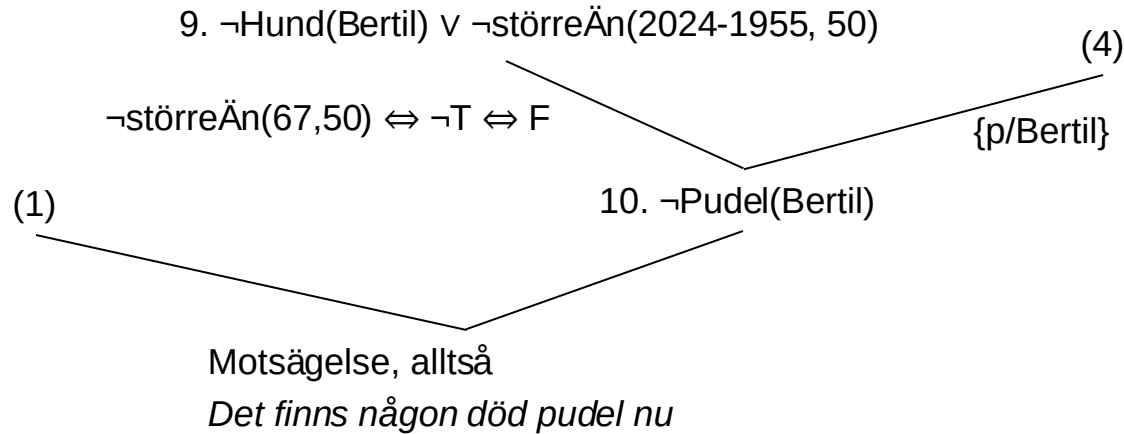
Resolutionsexempel, 1

1. Pudel(Bertil)
2. Född(Bertil, 1955)
3. $\neg\text{Hund}(x) \vee \neg\text{Född}(x, s) \vee \neg\text{störreÄn}(t-s, 50) \vee \text{Död}(x, t)$
4. $\neg\text{Pudel}(y) \vee \text{Hund}(y)$
5. $\neg\text{Hund}(z) \vee \text{Däggdjur}(z)$
6. $\neg\text{Pudel}(u) \vee \neg\text{Död}(u, 2024)$



Resolutionsexempel, 2

1. $\text{Pudel}(\text{Bertil})$
2. $\text{Född}(\text{Bertil}, 1955)$
3. $\neg\text{Hund}(x) \vee \neg\text{Född}(x, s) \vee \neg\text{störreÄn}(t-s, 50) \vee \text{Död}(x, t)$
4. $\neg\text{Pudel}(y) \vee \text{Hund}(y)$
5. $\neg\text{Hund}(z) \vee \text{Däggdjur}(z)$
6. $\neg\text{Pudel}(u) \vee \neg\text{Död}(u, 2024)$



Resolution

1	$\text{Pudel}(\text{Bertil})$	
2	$\text{Född}(\text{Bertil}, 1955)$	
3	$\neg \text{Hund}(x) \vee \neg \text{Född}(x, s) \vee \neg \text{störreÄn}(t-s, 50) \vee \text{Död}(x, t)$	
4	$\neg \text{Pudel}(y) \vee \text{Hund}(y)$	
5	$\neg \text{Hund}(z) \vee \text{Däggdjur}(z)$	
6	$\neg \text{Pudel}(u) \vee \neg \text{Död}(u, 2024)$	
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Resolution

1	$\text{Pudel}(\text{Bertil})$	
2	$\text{Född}(\text{Bertil}, 1955)$	
3	$\neg \text{Hund}(x) \vee \neg \text{Född}(x, s) \vee \neg \text{störreÄn}(t-s, 50) \vee \text{Död}(x, t)$	
4	$\neg \text{Pudel}(y) \vee \text{Hund}(y)$	
5	$\neg \text{Hund}(z) \vee \text{Däggdjur}(z)$	
6	$\neg \text{Pudel}(u) \vee \neg \text{Död}(u, 2024)$	
7	$\neg \text{Död}(\text{Bertil}, 2024)$	1 + 6 med $\{u/\text{Bertil}\}$
8	$\neg \text{Hund}(\text{Bertil}) \vee \neg \text{Född}(\text{Bertil}, s) \vee \neg \text{störreÄn}(2024-s, 50)$	3 + 7 med $\{x/\text{Bertil}, t/2024\}$
9	$\neg \text{Hund}(\text{Bertil}) \vee \neg \text{störreÄn}(2024-1955, 50)$	8 + 2 med $\{s/2024\}$
10	$\neg \text{Hund}(\text{Bertil})$	8 med $\neg \text{störreÄn}(69, 50) \Leftrightarrow \neg T \Leftrightarrow F$
11	$\neg \text{Pudel}(\text{Bertil})$	10 + 4 med $\{y/\text{Bertil}\}$
12	Motsägelse, alltså $\exists u \text{Pudel}(u) \wedge \text{Död}(u, 2024)$	1 + 11

Negation av flera kvantifierare?

- Parentesernas betydelse

$$\neg(\forall x P(x)) \equiv \neg\forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x)$$

$$\neg(\exists x P(x)) \equiv \neg\exists x P(x) \equiv \forall x \neg P(x)$$

- Hur kan man utläsa det?

$$\forall x \exists y \text{ M\u00e4nniska}(x) \wedge \text{F\u00e4rg}(y) \Rightarrow \text{Favorit}(x, y)$$

Alla m\u00e4nniskor har n\u00e5gon favoritf\u00e4rg

$$\neg\forall x \exists y \text{ M\u00e4nniska}(x) \wedge \text{F\u00e4rg}(y) \Rightarrow \text{Favorit}(x, y)$$

I n\u00e5got fall g\u00e4ller inte Alla m\u00e4nniskor har n\u00e5gon favoritf\u00e4rg

$$\exists x \forall y \neg(\text{M\u00e4nniska}(x) \wedge \text{F\u00e4rg}(y) \Rightarrow \text{Favorit}(x, y))$$

Det finns n\u00e5gon m\u00e4nniska f\u00f6r vilken ingen av alla f\u00e4rger \u00e4r en favoritf\u00e4rg

Negation av flera kvantifierare?

- Negation gäller för alla kvantifierare som är inom räckvidd
- Negationen ska flyttas in ett steg i taget, skriv ut om det känns krångligt

$$\neg \forall x, y \exists z P(x, y, z) \equiv$$

$$\neg \forall x \forall y \exists z P(x, y, z) \equiv$$

$$\exists x \neg \forall y \exists z P(x, y, z) \equiv$$

$$\exists x \exists y \neg \exists z P(x, y, z) \equiv$$

$$\exists x \exists y \forall z \neg P(x, y, z)$$

