

729G74. Uppgifter i diskret matematik 3

HT 2016

Skriv ut dessa uppgifter och lös dem på pappret. Innan de lämnas in måste du skriva namn, LiU-ID överst på varje sida och häfta ihop alla sidor. Om du vill kan du häfta ett blankt papper med dessa uppgifter som framsida. Dina personuppgifter måste dock fortfarande skriva på varje sida.

Kort om grannmatriser

Vi har använt tupler för att representera en sekvens av värden. En sekvens är ett en-dimensionell datastruktur. Tabeller är exempel på två-dimensionell datastruktur; vi har data både på bredden och höjden. I matematiken används ofta matriser för att representera tvådimensionella datastrukturer. Nedan ser du ett exempel på en matris med m rader och n kolumner.

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

För en riktad graf $G = (V, E)$, där $V = \{v_1, v_2, \dots, v_k\}$, så har dess grannmatris storleken $k \times k$, där k är antalet noder i grafen. Varje element $a_{i,j}$ i matrisen är antingen 1 eller 0. Om kanten $(v_i, v_j) \in E$, så är $a_{i,j} = 1$. Om kanten $(v_i, v_j) \notin E$, så är $a_{i,j} = 0$. Se matrisen i ekvation 2 som tillhör figur 1 nedan.

$$A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

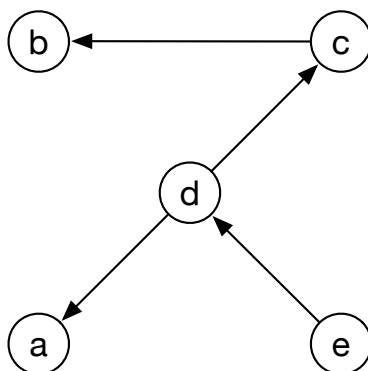


Figure 1:

En grafs grannmatris kan användas för att ta reda på hur många vägar av en viss längd det finns mellan två noder. Antalet vägar mellan noderna i och j av längden 2 får vi genom att ta fram M^2 . Värdet på rad i , kolumn j säger då hur många vägar som har längden 2 som finns mellan i och j . Vill man ha antalet vägar mellan två noder av längden k , räknar vi istället ut M^k .

1. Följande uppgifter refererar till graferna i figur 2 och 3. (4p)
- a) Ta fram grannmatrisen för grafen G_1 från figur 2.
 - b) Ta fram grannmatrisen för grafen G_2 från figur 3.
 - c) Ta fram grannlistor för grafen G_1 från figur 2.
 - d) Ta fram grannlistor för grafen G_2 från figur 3.

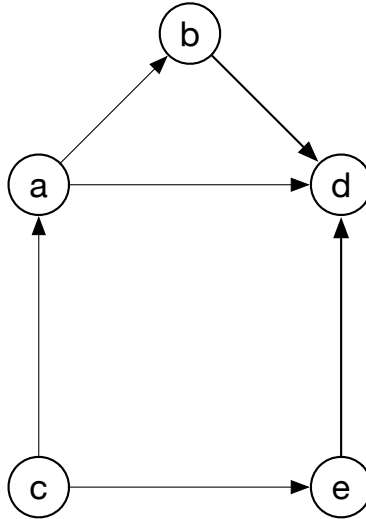


Figure 2:

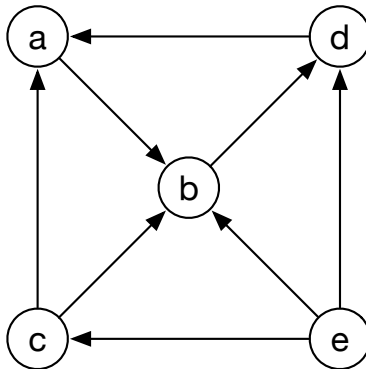


Figure 3:

2. Rita graferna för följande grannmatriser. Noderna i båda graferna är $V = \{a, b, c, d, e\}$ (2p)

$$\text{a) } A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{b) } A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. För grafen i uppgift 2a), ta fram antalet vägar av längden 2 som finns mellan följande noder. Visa din uträkning. (2p)
 - a) från c till e
 - b) från a till e
4. För grafen i uppgift 2b), ta fram antalet vägar av längden 2 som finns mellan följande noder. Visa din uträkning. (2p)
 - a) från a till b
 - b) från d till b