

Uppgifter i diskret matematik 2

729G46 HT24

Inlämnas senast: 2024-09-30 23:59

Instruktioner: Skriv ut denna PDF, lös uppgifterna på pappret och scanna in till PDF inför inlämning via Sendlab. Du kan också skriva dina lösningar digitalt i PDF:en med lämplig mjukvara.

OBS! Använd INTE OneNote för digital bearbetning eftersom PDF:erna som exporteras är felaktiga.

Godkänt: För godkänd uppgift krävs minst 7 av 10 poäng.

Komplettering: Se kurshemsidan för kompletteringsförsättsblad, samt instruktioner för komplettering.

Tyvärr finns ingen standardiserad terminologi för grafer. I denna kurs använder vi nedanstående definitioner från [Eriksson and Gavel \[2013, def. 6.2\]](#). Motsvarande term på engelska står inom parenteser.

vandring (*walk*): en följd av noder i en graf, $(v_1, v_2, \dots, v_k)$ där det mellan varje v_i och v_{i+1} finns en båge

väg (*trail*): en vandring där ingen båge passeras mer än en gång

stig (*path*): en väg där ingen nod förekommer mer än en gång

krets (*circuit*): en sluten väg, d.v.s. en väg där första och sista noden är samma nod

cykel (*cycle*): en sluten stig, d.v.s. en stig där första och sista noden är samma nod

sammanhängande graf (*connected graph*): en graf där det finns en vandring mellan varje par av noder

grad (*degree*): graden för en nod är antalet båg-ändar som är kopplade till noden

utgrad (*out-degree*): utgraden för en nod är antalet bågar som börjar i noden

ingrad (*in-degree*): ingraden för en nod är antalet bågar som slutar i noden

Referenser

K. Eriksson and H Gavel. *Diskret matematik och diskreta modeller*. Studentlitteratur, 2013.

Uppgifter

1. Markera de alternativ som stämmer (1p))

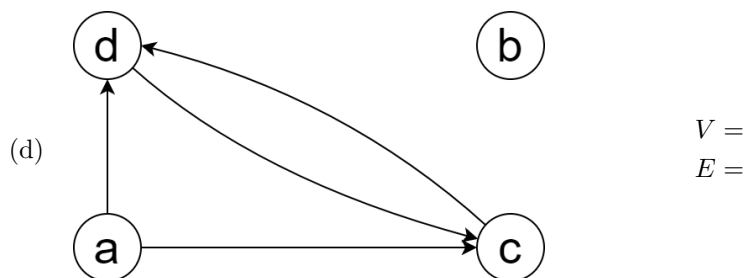
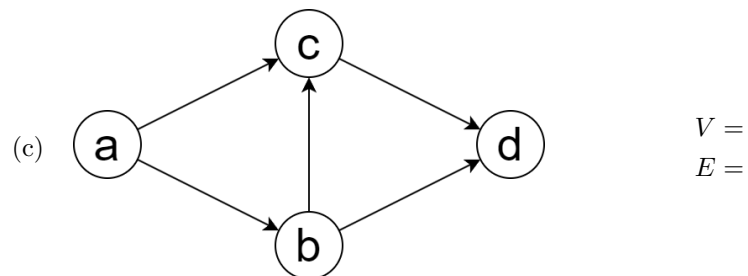
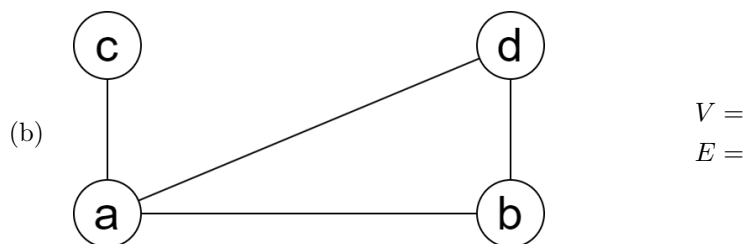
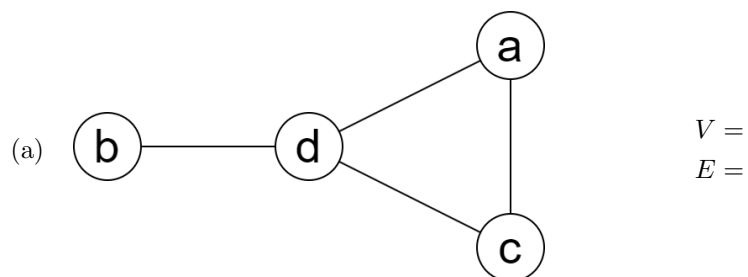
(a) $(x, y, z) = x, y, z$

(b) $\{7, 2\} = \{2, 7\}$

(c) $\{(a, b), a, (b, a)\} = \{(a, b), (b, a), a\}$

(d) $(2, 4) = (4, 2)$

2. Ange mängderna V och E för nedanstående grafer (1p)



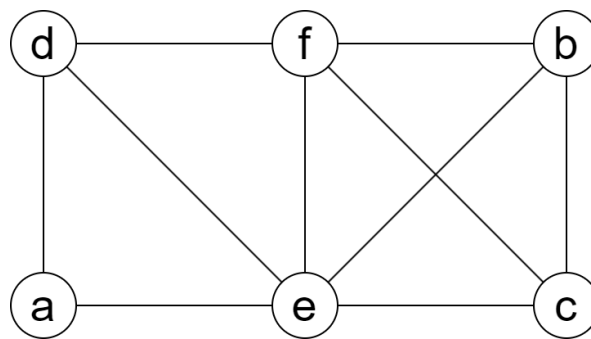
3. Givet grafen G_3 , besvara nedanstående frågor (2p)

(a) Beskriv en väg från a till f i G_3 som *inte* är en stig.

(b) Beskriv en cykel i G_3 .

(c) Grafen G_3 är sammanhängande. Beskriv en mängd som innehåller upp till 4 bågar som, om de plockas bort, gör att grafen inte längre är sammanhängande.

(d) Ange en mängd bågar som tillsammans med noderna i G_3 utgör ett spännande träd för G_3 .



Grafen G_3 till Uppgift 3

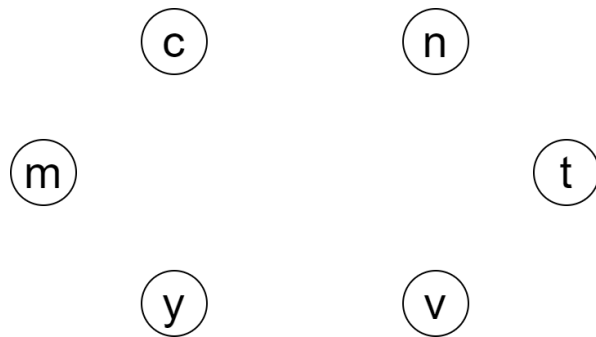
4. Låt $V_4 = \{c, v, y, n, t, m\}$, $E_4 = \{\{c, m\}, \{y, m\}, \{n, c\}, \{v, t\}, \{t, n\}, \{v, n\}, \{y, n\}\}$ och grafen $G_4 = (V_4, E_4)$. Rita färdigt grafen G_4 och svara på nedanstående frågor. (2p)

(a) Vad har noden c för grad?

(b) Vad har noden t för grad?

(c) Vad har noden y för grad?

(d) Vad har noden n för grad?



Grafen G_4 till Uppgift 4

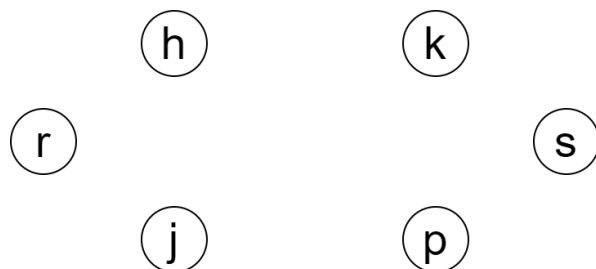
5. Låt $V_5 = \{h, j, k, p, r, s\}$, $E_5 = \{(j, k), (k, h), (s, p), (j, r), (h, j), (j, p), (k, s)\}$ och grafen $G_5 = (V_5, E_5)$. Rita färdigt grafen G_5 och svara på nedanstående frågor. (2p)

(a) Vad har noden s för in- resp. ut-grad?

(b) Vad har noden k för in- resp. ut-grad?

(c) Vad har noden r för in- resp. ut-grad?

(d) Vad har noden j för in- resp. ut-grad?

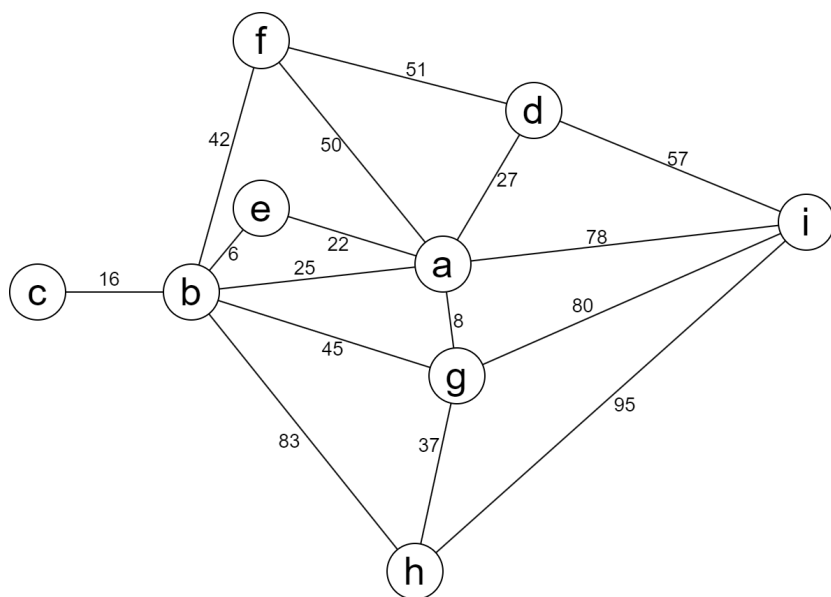


Grafen G_5 till Uppgift 5

6. Vi ska sätta upp transportrutter för autonoma drönare mellan 9 olika platser. Platserna och de möjliga rutterna mellan dem är illustrerade i grafen G_6 . En enskild drönare kan bara färdas fram och tillbaka mellan två platser. Vi vill använda så få drönare som möjligt och vi vill att varje drönare ska trafikera en så kort sträcka som möjligt. Detta problem kan lösas genom att hitta grafens minsta spännande träd, $MST(G_6)$, och sätta en drönare att trafikera varje båge i det. Använd Kruskals algoritm (se slides från föreläsningen) för att hitta $MST(G_6)$. (2p)

Skriv ut varje båge du prövar och huruvida den skall ingå eller ej, exempelvis som nedan, fast med bågarna och vikterna från G_6 :

- 1: Bågen $\{u, v\}$ med vikten 3 har lägst vikt och skall ingå.
- 2: Bågen $\{v, w\}$ med vikten 5 har lägst vikt och skall ingå.
- 3: Bågen $\{w, u\}$ med vikten 8 har lägst vikt men skall inte ingå då det hade skapat en cykel.
- 4: ...



Grafen G_6 till Uppgift 6

Lösning: