

Programutvecklingsstrategier för att öka kopplingen mellan programmering och matematik

Fredrik Heintz, Tommy Färnqvist, och Jesper Thorén
Linköpings universitet

Sammanfattning—Matematik och programmering är två viktiga inslag i civilingenjörsprogram inom data- och mjukvaruteknik. De studenter som klarar dessa kurser klarar sannolikt resten av utbildningen. Idag har fler studenter programmering än matematik som huvudsakligt intresse. Därför har Linköpings universitet aktivt jobbat med olika strategier för att öka kopplingen mellan programmering och matematik, främst i de inledande kurserna. För att undersöka studenternas attityder till matematik och programmering har vi genomfört flera enkätstudier som bl.a. visar att intresset för matematik är stort men intresset för programmering ännu större och att studenterna tror de kommer ha betydligt mer nytta av programmering än matematik under sin karriär. Texten är tänkt som grund för en diskussion kring hur kopplingarna mellan matematik och programmering kan göras tydligare och starkare.

I. INTRODUKTION

Matematik och programmering är grunden för många civilingenjörsprogram särskilt de med fokus på data- och mjukvaruteknik. De studenter som klarar dessa kurser klarar sannolikt resten av utbildningen. Idag har fler studenter programmering som huvudsakligt intresse (97% positivt varav 75% mycket positivt till programmering enligt vår undersökning, se nedan), snarare än matematik (83% positivt varav 41% mycket positivt till matematik). Bland annat därför har Linköpings universitet (LiU) aktivt jobbat med olika strategier för att öka kopplingen mellan programmering och matematik, främst i de inledande kurserna på civilingenjörsutbildningarna i Datateknik (D) och Mjukvaruteknik (U).

Datateknik är en bred utbildning som täcker både hårdvara, mjukvara och samspelet mellan dessa. D har 90 platser och tar in ca 100 studenter. Mjukvaruteknik fokuserar på datavetenskap och programvaruteknik för att ge ett helhetsperspektiv på modern mjukvaruutveckling. U har 30 platser och tar in knappt 40 studenter.

Båda programmen börjar med en gemensam kurs i diskret matematik, vilket även är den första matematikkursen för båda programmen. Kursen innehåller mängdlära, induktion och rekursion, kombinatorik, enkel talteori och grafteori, samt relationer. Förutom en avslutande skriftlig examen finns två inlämningsomgångar med uppgifter som måste bli godkända.

Parallellt läser studenterna en gemensam programmeringskurs som heter Imperativ och funktionell programmering i

Python. Den lär ut grunderna i både imperativ och funktionell programmering med ett stort fokus på iterativa och rekursiva funktioner och deras likheter och skillnader. Andra viktiga områden är att bryta ner problem i mindre delar, abstraktion, och grundläggande utvecklingsmetodik. Det är viktigt att lägga en bra grund för att skriva bra, lättlästa och testbara program. Tyngdpunkten ligger på koncept, principer och problemlösning.

II. PROGRAMUTVECKLINGSSTRATEGIER

A. Koppla programmering till matematik

Den första strategin, som infördes för många år sedan, är att den inledande programmeringskursen använder exempel från kursen i diskret matematik som går parallellt. Begrepp som funktioner, variabler, och rekursion finns t.ex. med i båda. Detta tilltalar troligen de som är intresserade av matematik då de ser nytta av och koppling till matematik i programmeringen. Att koppla programmering till matematik riktar sig främst till de som är intresserade av matematik.

B. Koppla matematik till programmering

För att även rikta oss till de som är intresserade av programmering, snarare än matematik, har vi de två senaste åren testat en kompletterande strategi som går ut på att få in programmering som ett naturligt verktyg i kursen i diskret matematik. Förutom att man i matematikkursen tagit upp spridda exempel på tillämpningar inom datalogi, har ingen direkt koppling till programmeringskursen funnits tidigare.

Upplägget är att till varje inlämningsomgång finns det väldokumenterad och självförklarande Pythonkod tillgänglig som studenterna kan använda som ett verktyg för att lösa uppgifterna. I den första uppgiften handlar det om att med induktion bevisa att en rekursivt definierad funktion har en viss given analytisk lösning. Pythonkoden går steg-för-steg igenom hur studenten kan undersöka den rekursiva funktionen och hitta en konstant som krävs och även hjälpa till att hitta den analytiska lösningen (även om den är på förhand given). I den andra uppgiften som handlar om kombinatorik ska studenterna räkna hur många möjliga pokerhänder det finns under vissa givna förutsättningar. Pythonkoden gör det möjligt för studenterna att procedurrellt räkna ut antalet, vilket gör att de kan kontrollera sin analytiska lösning.

III. ENKÄTUNDERSÖKNING

För att undersöka studenternas generella attityder till programmering och matematik och deras medvetenhet om kopplingarna mellan ämnena samt knyta samman detta med eventuellt utnyttjande av vårt material för att använda programmering i diskret matematik och kunna följa upp eventuella förändringar i studenternas attityder har vi använt oss av digitala enkäter. Under de två åren vi använt detta upplägg har fyra enkäter skickats ut. Den första fick studenterna svara på precis i början på terminen, de andra direkt efter kursen i diskret matematik, den tredje i början på andra terminen och den fjärde i början på det andra året. Tanken var att kunna se förändringar i studenternas attityder över tid.

Enligt enkät 2 så anser 57% (56 av 99) av studenterna att kursen har gjort dem mer positivt inställda till matematik och 38% (37 av 98) mer positivt inställda till programmering. Vi har utfört noggranna statistiska analyser av det insamlade enkätdata men det övergripande resultatet är att det finns för lite data för att kunna dra någon slutsats om det nya upplägget haft någon inverkan på studenternas attityder till och medvetenhet om kopplingarna mellan matematik och programmering.

Det vi kan se är att även om studenterna uppskattar möjligheten att använda programmering som ett verktyg i matematiken är det få (10%) som faktiskt anser att de har användning för den nya programmeringsdelen och utnyttjar detta i kursen.

Även om det inte går att säga att upplägget gjort skillnad så är studenternas inledande attityder intressanta i sig, alltså resultatet från enkät 1. Tabell 1 ger en översikt över studenternas attityder till programmering, Tabell 2 till matematik och Tabell 3 deras syn på kopplingen mellan matematik och programmering. Totalt svarade 121 D1or och 54 U1or på enkät 1 under två omgångar av kursen (2013 och 2014). Kolumnerna med "positiv" motsvarar det första alternativet och de med "negativ" motsvarar det andra alternativet. På frågan om programmering är användbart/oanvändbart ska "Mycket positiv" tolkas som "Mycket användbart" och "Ganska negativ" som "Ganska oanvändbart". De övriga enkäterna hade betydligt färre svarande och gav huvudsakligen likvärdiga svar.

Några observationer är att studenterna är mycket positivt inställda till både matematik (43%/37% D/U) och programmering (69%/89%), att matematik (75%/69%) och programmering (91/100) upplevs som mycket viktiga för

studierna, medan främst programmering upplevs som mycket viktigt för karriären (83%/96%) jämfört med matematik (46%/44%). Vidare ser studenterna främst nyttan av matematik för programmering (43%/54%), vilket är det vi jobbat med under ganska lång tid, snarare än programmerings nytta för matematiken (15%/19%).

IV. DISKUSSION

Ett viktigt bivillkor för den nya programmeringsdelen för diskret matematikkursen var att den måste vara frivillig – det skulle alltså ovillkorligen gå att lösa inlämningsuppgifterna utan att behöva använda dator. Detta beror främst på att kursen i diskret matematik är en inledande kurs i matematik och inga kunskaper i programmering kan krävas för att bli godkänd i kursen enligt nuvarande kursplan. Det går inte heller att försäkra sig om att alla studenter tillgodogjort sig de kunskaper som krävs i den parallellt pågående programmeringskursen.

En uppenbar förklaring till det dåliga utnyttjandet av programmeringsmaterialet är därför att uppgifterna var tillräckligt enkla för att lösas för hand och att studenterna upplevt det enklare, mindre krävande och säkrare att lösa för hand.

En intressant fråga att fundera vidare på är hur ett liknande inslag skulle kunna se ut om man tar bort kravet på att uppgifterna måste kunna lösas utan dator. En rädsla kan vara att programmering skulle ta överhanden och att fokus inte längre skulle vara diskret matematik. Vi är dock övertygade om att det borde gå att utforma ett sådant moment så att det är uppenbart att programmeringen används som ett problemlösningsverktyg för t.ex. ett delproblem som identifierats som intressant genom användandet av någon matematiskt intressant princip som är viktigt för den aktuella kursen.

V. AVSLUTNING

Att koppla matematik och programmering närmare varandra främjar både studenterna och utbildningarna. Idag är det tyvärr många studenter som inte ser kopplingen. Genom ökad upplevd och faktisk koppling tror vi att motivationen och intresset bland studenterna kommer att öka, för det ena, det andra eller båda ämnena. Vårt pilotförsök med programmering som ett verktyg i matematiken upplevdes som positivt av studenterna trots att få använde det.

Tabell 1. Studenternas attityder till programmering.

Nr	Fråga	Grupp	Mycket positiv	Ganska positiv	Neutral	Ganska negativ	Mycket negativ
1	Vad är din inställning till programmering?	D1	83 (69%)	34 (28%)	3 (3%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	48 (89%)	5 (9%)	1 (2%)	0 (0%)	0 (0%)
2	Tycker du att programmering är användbart/oanvändbart?	D1	103 (86%)	15 (13%)	2 (2%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	51 (94%)	3 (6%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
3	Tycker du att programmering är enkelt/svårt?	D1	3 (3%)	36 (31%)	47 (40%)	26 (22%)	6 (5%)
		U1	1 (2%)	16 (30%)	18 (34%)	16 (30%)	2 (4%)
4	Tycker du att programmering är ensamt/socialt?	D1	5 (4%)	31 (26%)	54 (45%)	28 (24%)	1 (1%)
		U1	0 (0%)	11 (21%)	23 (43%)	16 (30%)	3 (6%)
5	Tycker du att programmering är intressant/ointressant?	D1	80 (67%)	39 (33%)	0 (0%)	1 (1%)	0 (0%)
		U1	46 (85%)	4 (7%)	1 (2%)	0 (0%)	3 (6%)
6	Tycker du att programmering är lockande/skrämmande?	D1	54 (45%)	47 (39%)	15 (13%)	3 (3%)	1 (1%)
		U1	37 (69%)	14 (26%)	2 (4%)	1 (2%)	0 (0%)
7	Tycker du att programmering är meningsfullt/meningslöst?	D1	85 (71%)	32 (27%)	3 (3%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	43 (80%)	9 (17%)	2 (4%)	0 (0%)	0 (0%)
8	Tycker du att programmering är roligt/tråkigt?	D1	57 (48%)	53 (45%)	7 (6%)	0 (0%)	1 (1%)
		U1	33 (62%)	18 (34%)	2 (4%)	0 (0%)	0 (0%)
9	Tycker du att programmering är varierande/enformigt?	D1	42 (36%)	52 (44%)	17 (14%)	7 (6%)	0 (0%)
		U1	22 (42%)	23 (43%)	7 (13%)	1 (2%)	0 (0%)
10	Tycker du att programmering är viktigt/oviktigt för din utbildning?	D1	109 (91%)	10 (8%)	1 (1%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	54 (100%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
11	Tycker du att programmering är viktigt/oviktigt för din karriär?	D1	100 (83%)	17 (14%)	2 (2%)	1 (1%)	0 (0%)
		U1	52 (96%)	1 (2%)	1 (2%)	0 (0%)	0 (0%)

Tabell 2. Studenternas attityder till matematik.

Nr	Fråga	Grupp	Mycket positiv	Ganska positiv	Neutral	Ganska negativ	Mycket negativ
1	Vad är din inställning till matematik?	D1	52 (43%)	50 (41%)	17 (14%)	2 (2%)	0 (0%)
		U1	20 (37%)	24 (44%)	7 (13%)	3 (6%)	0 (0%)
2	Tycker du att matematik är användbart/oanvändbart?	D1	76 (63%)	38 (31%)	5 (4%)	2 (2%)	0 (0%)
		U1	36 (67%)	17 (31%)	1 (2%)	0 (0%)	0 (0%)
3	Tycker du att matematik är enkelt/svårt?	D1	1 (1%)	44 (36%)	45 (37%)	29 (24%)	2 (2%)
		U1	1 (2%)	22 (41%)	15 (28%)	15 (28%)	1 (2%)
4	Tycker du att matematik är ensamt/socialt?	D1	1 (1%)	35 (30%)	55 (47%)	25 (21%)	2 (2%)
		U1	2 (4%)	12 (23%)	27 (51%)	11 (21%)	1 (2%)
5	Tycker du att matematik är intressant/ointressant?	D1	48 (40%)	60 (50%)	7 (6%)	6 (5%)	0 (0%)
		U1	17 (31%)	28 (52%)	5 (9%)	4 (7%)	0 (0%)
6	Tycker du att matematik är lockande/skrämmande?	D1	22 (18%)	44 (36%)	38 (31%)	17 (14%)	0 (0%)
		U1	11 (21%)	24 (45%)	11 (21%)	7 (13%)	0 (0%)
7	Tycker du att matematik är meningsfullt/meningslöst?	D1	70 (58%)	41 (34%)	9 (7%)	1 (1%)	0 (0%)
		U1	32 (59%)	22 (41%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
8	Tycker du att matematik är roligt/tråkigt?	D1	23 (19%)	70 (58%)	21 (17%)	6 (5%)	1 (1%)
		U1	9 (17%)	30 (56%)	5 (9%)	9 (17%)	1 (2%)
9	Tycker du att matematik är varierande/enformigt?	D1	37 (31%)	61 (50%)	13 (11%)	10 (8%)	0 (0%)
		U1	8 (15%)	29 (54%)	11 (20%)	6 (11%)	0 (0%)
10	Tycker du att matematik är viktigt/oviktigt för din utbildning?	D1	91 (75%)	27 (22%)	2 (2%)	1 (1%)	0 (0%)
		U1	37 (69%)	17 (31%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
11	Tycker du att matematik är viktigt/oviktigt för din karriär?	D1	55 (46%)	54 (45%)	8 (7%)	3 (3%)	0 (0%)
		U1	24 (44%)	28 (52%)	2 (4%)	0 (0%)	0 (0%)

Tabell 3. Studenternas syn på koppling mellan matematik och programmering.

Nr	Fråga	Grupp	Mycket positiv	Ganska positiv	Neutral	Ganska negativ	Mycket negativ
1	Tror du att det finns en koppling mellan matematik och programmering?	D1	104 (87%)	13 (11%)	1 (1%)	0 (0%)	1 (1%)
		U1	50 (93%)	4 (7%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
2	Tror du att det finns en stor koppling mellan matematik och programmering?	D1	69 (58%)	46 (39%)	4 (3%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	35 (65%)	18 (33%)	1 (2%)	0 (0%)	0 (0%)
3	Tror du att det finns en viktig koppling mellan matematik och programmering?	D1	93 (78%)	22 (18%)	4 (3%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	41 (76%)	13 (24%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
4	Jag kan ha nytta av matematik för att förstå programmering	D1	68 (57%)	49 (41%)	2 (2%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	38 (70%)	14 (26%)	1 (2%)	1 (2%)	0 (0%)
5	Jag har nytta av matematik för att förstå programmering	D1	48 (43%)	59 (53%)	5 (4%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	28 (54%)	21 (40%)	3 (6%)	0 (0%)	0 (0%)
6	Jag kan använda matematik som ett verktyg när jag programmerar	D1	77 (68%)	36 (32%)	1 (1%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	36 (67%)	18 (33%)	0 (0%)	0 (0%)	0 (0%)
7	Jag använder matematik som ett verktyg när jag programmerar	D1	38 (36%)	61 (57%)	7 (7%)	1 (1%)	0 (0%)
		U1	18 (35%)	26 (50%)	7 (13%)	1 (2%)	0 (0%)
8	Jag kan använda programmering som ett verktyg för att förstå matematik	D1	4 (14%)	16 (55%)	9 (31%)	0 (0%)	0 (0%)
		U1	16 (33%)	23 (48%)	9 (19%)	0 (0%)	0 (0%)
9	Jag använder programmering som ett verktyg för att förstå matematik	D1	15 (15%)	32 (31%)	48 (47%)	8 (8%)	0 (0%)
		U1	9 (19%)	18 (38%)	14 (29%)	7 (15%)	0 (0%)
10	Jag kan använda programmering som ett verktyg när jag löser matematiska problem	D1	45 (41%)	55 (50%)	6 (6%)	3 (3%)	0 (0%)
		U1	28 (55%)	17 (33%)	6 (12%)	0 (0%)	0 (0%)
11	Jag använder programmering som ett verktyg när jag löser matematiska problem	D1	15 (15%)	32 (31%)	43 (42%)	13 (13%)	0 (0%)
		U1	7 (14%)	18 (36%)	22 (44%)	3 (6%)	0 (0%)