

## Uppgifter 3: Talteori

Marco Kuhlmann och Victor Lagerkvist

### Delbarhet

3.51 Sant eller falskt? Motivera med delbarhetsdefinitionen.

a)  $5 \mid 510$

c)  $3 \nmid 438$

b)  $4 \mid 116$

d)  $6 \mid 404$

3.52 Ange de positiva delarna till talen

a) 12

c) 17

b) 32

d) 30

3.53 För vilka värden på heltalet  $a$  gäller att  $a \mid 0$ ?

3.54 Visa att följande tal är delbara med 7.

a)  $21 \cdot 242$

b)  $35 + 77$

c)  $14 \cdot 62 + 15 \cdot 63$

3.55 För ett positivt heltal  $a$  betecknar  $s(a)$  summan av alla dess positiva delare, med undantag av talet själv. Exempel:  $s(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$ . Talet  $a$  kallas

*fattigt* om  $s(a) < a$ , *rikt* om  $s(a) > a$ , *perfekt* om  $s(a) = a$ .

a) Det finns ett perfekt tal som är mindre än 10. Vilket är talet?

b) Vilka tal  $a$  i intervallet  $25 \leq a \leq 30$  är fattiga tal, rika tal respektive perfekta tal?

## Primtal

- 3.56 Är talet ett primtal? Om inte, dela upp talet i primfaktorer.
- a) 27                      b) 29                      c) 54                      d) 93
- 3.57 Ett Mersennetal är ett tal av typen  $m = 2^p - 1$ , där  $p$  är ett primtal. Ett Mersenneprimtal är ett Mersennetal som också är ett primtal. Mersenneprimtal är förhållandevis lätta att hitta. Hittills<sup>1</sup> har 51 Mersenneprimtal hittats; det största av dessa är också det största kända primtalet. Det är okänt huruvida det finns oändligt många Mersenneprimtal.
- a) Det finns två Mersenneprimtal som är mindre än 10. Vilka är talen?  
b) Ange ett Mersennetal som inte är ett Mersenneprimtal.

## Kvot och rest

- 3.58 Beräkna kvoten  $k$  och resten  $r$  vid följande divisioner.
- a)  $\frac{47}{6}$                       b)  $\frac{152}{7}$                       c)  $\frac{2}{4}$                       d)  $\frac{207}{9}$
- 3.59 En analog klocka visar 20 minuter över nio. Vad visar samma klocka om
- a) 100 timmar                      b) 730 minuter
- 3.60 Visa att om talet som bildats av de två sista siffrorna i ett tal  $n \geq 0$  är delbart med 4, så är också  $n$  delbart med 4.

## Största gemensamma delare

- 3.61 Bestäm största gemensamma delaren till följande tal:
- a) 18 och 150                      e) 936 och 248  
b) 238 och 510                      f) 364 och 7448  
c) 650 och 3850                      g) 2509 och 1621  
d) 600 och 650                      h) 1547 och 221

---

<sup>1</sup>mars 2021

3.62 Två tal heter *relativt prima* om deras största gemensamma delare är 1. Vilka av följande talpar är relativt prima?

a) 12 och 35

c) 325 och 4851

b) 438 och 588

d) 1625 och 2499