Linköpings Tekniska Högskola
Institutionen för Datavetenskap
Tommy Färnqvist

19 oktober 2010

TDDC70/TDDC91 Datastrukturer och algoritmer
Tentamen 2010-10-19, 14–19 (TER1, TERD, TER3)

Examinator:	Tommy Färnqvist
Jour:	Tommy Färnqvist (telefon 070 4547668).
Max poäng:	27 poäng (betyg 5 = 23p, 4 = 18p, 3 = 13p)
Hjälpmedel:	INGA HJÄLPMEDEL TILLÅTNA!!!

VÄNLIGEN IAKTTAG FÖLJANDE

- Lösningar till olika problem skall placeras enkelsidigt på separata blad. Skriv inte två lösningar på samma papper.
- Sortera lösningarna innan de lämnas in.
- MOTIVERA DINA SVAR ORDENTLIGT: avsaknad av, eller otillräckliga, förklaringar resulterar i poängavdrag. Även felaktiga svar kan ge poäng om de är korrekt motiverade.
- Om ett problem medger flera olika lösningar, t.ex. algoritmer med olika tidskomplexitet, ger endast optimala lösningar maximalt antal poäng.
- SE TILL ATT DINA LÖSNINGAR/SVAR ÄR LÄSBARA.
- Lämna plats för kommentarer.

Lycka till!

1. Vilka av följande påståenden är sanna och vilka är falska? Svar utan motivering ger inga poäng. (4 p)

   (a) En *skipplista* är en lämplig datastruktur i en tillämpning med kravet att uppslagning garanterat måste ta $O(\log n)$ tid. (1)

   (b) $f(n) \in O(h(n))$ och $g(n) \in O(h(n)) \Rightarrow f(n) \cdot g(n) \in O(h(n))$ (1)

   (c) $n \log_2(n) \in \Omega(n)$ (1)

   (d) Det finns en konstant k sådan att $3^{\log(n^2)} \in O(n^k)$ gäller. (1)

2. Den här uppgiften handlar om algoritmanalys. (5 p)

   (a) Vad gör följande algoritm? Analysera dess exekveringstid i värsta fallet. (2)

   Require: två heltal, $a \neq 0$ och $n \geq 0$
   Ensure: ?
   function FOO(a, n)
   $k \leftarrow 0$
   $b \leftarrow 1$
   while $k < n$ **do**
   $k \leftarrow k + 1$
   $b \leftarrow b \cdot a$
   return b

   (b) Vad gör följande algoritm? Analysera dess exekveringstid i värsta fallet. (3)

   Require: två heltal, $a \neq 0$ och $n \geq 0$
   Ensure: ?
   function BAR(a, n)
   $k \leftarrow n$
   $b \leftarrow 1$
   $c \leftarrow a$
   while $k > 0$ **do**
   if $k \bmod 2 = 0$ **then**
   $k \leftarrow k/2$
   $c \leftarrow c \cdot c$
   else
   $k \leftarrow k - 1$
   $b \leftarrow b \cdot c$
   return b

3. Den här uppgiften handlar om heapar. (3 p)

   (a) Illustrera exekveringen av en botten-uppkonstruktion av en minHeap på följande sekvens: $(2, 5, 26, 16, 23, 15, 30, 4, 10, 39, 18, 7, 9, 31, 40)$. (1)

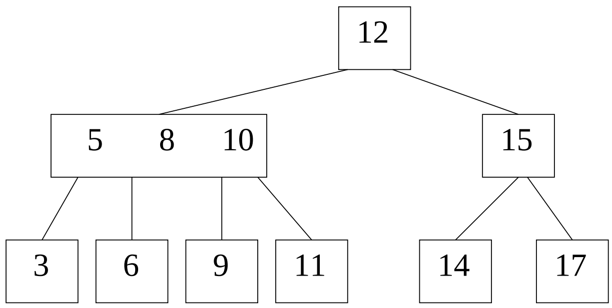
   (b) Låt T vara en minHeap som lagrar n nycklar. Beskriv en effektiv algoritm för att hitta alla nycklar i T som är mindre än eller lika med en given nyckel x (vilken inte nödvändigtvis förekommer i T). Observera att nycklarna inte behöver rapporteras i sorterad ordning. Exekveringstiden för din algoritm ska vara $O(k)$, där k är antalet nycklar som hittas. (2)

4. Låt T vara $(2, 4)$-trädet nedan, vilket lagrar poster med heltalsnycklar. Rita alla mellanliggande steg (uppdelning, sammanslagning och överföring) och det träd som fås som resultat av att genomföra följande operationer på T: (3 p)

(a) Insättning av en post med nyckel 7 i T. (1)

(b) Borttagning av en post med nyckel 17 från T. (2)

Observera att operationerna ska genomföras oberoende; d.v.s. på separata kopior av T. Inga poäng ges för del (b) om du genomför borttagningen i trädet som resulterar från insättningen i del (a) (eller vice versa).



5. Antag, i det här problemet, att bokstaven A är ekvivalent med 0, bokstaven B är ekvivalent med 1, bokstaven C är ekvivalent med 2, o.s.v. Indexen påverkar inte värdet på nycklarna (som är bokstäver). (3 p)

   (a) Rita en representation av en öppet adresserad hashtabell H med 13 celler och dess innehåll efter att vi använt avbildningen (1,5)

   $$h(k) = k \bmod 13$$

   för att sätta in nycklarna $E_1AS_1YQUE_2S_2TION$ i den initialt tomma H. Antag att vi hanterar kollisioner med linjär sondering (*linear probing*).

   (b) Rita en representation av en öppet adresserad hashtabell H med 13 celler och dess innehåll efter att vi använt avbildningen (1,5)

   $$h(k) = k \bmod 13$$

   för att sätta in nycklarna $E_1AS_1YQUE_2S_2TION$ i den initialt tomma H. Antag att vi hanterar kollisioner med dubbel hashning. Använd

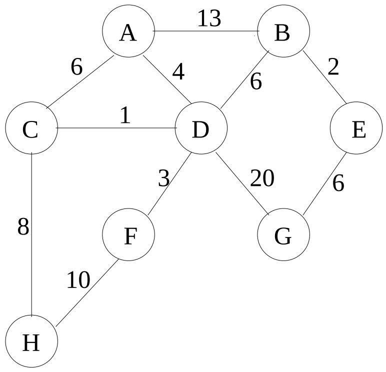
   $$h'(k) = 1 + (k \bmod 11)$$

   som sekundär hashfunktion.

6. Låt A och B vara två sekvenser av heltal. Antag att båda sekvenserna har längd n. Beskriv en algoritm med exekveringstid $O(n \log n)$ som givet ett heltal m bestämmer om det finns ett heltal a i A och ett heltal b i B sådana att $m = a + b$. (4 p)

7. Den här uppgiften handlar om grafer. (5 p)

   (a) Visa hur en exekvering av Dijkstras kortaste väg-algoritm med start i nod A i grafen nedan ser ut. Rita grafen och visa längden av de bästa vägarna funna så långt för varje nod efter varje relaxeringssteg. (2)



(b) Antag att du får givet ett diagram över ett telefonnätverk ritat som en graf G vars noder representerar telefonväxlar och vars bågar representerar kommunikationslinjer mellan två växlar. Bågarna är märkta med sin brandbredd. Bandbredden av en väg i G är bandbredden av den båge i vägen som har lägst bandbredd. Beskriv en algoritm som givet ett diagram och två telefonväxlar a och b returnerar den maximala bandbredden för en väg mellan a och b. (Returnera bara den maximala bandbredden; du behöver inte returnera den faktiska vägen.) Du kan anta att grafen i diagrammet är enkel och sammanhängande samt att alla bandbredder är ickenegativa. Analysera tidskomplexiteten hos din algoritm. (3)