Linköpings Universitet
Institutionen för datavetenskap
Peter Jonsson

TDDA32 Konstruktion och analys av algoritmer

Tentamen tisdagen den 22:e augusti 2000, kl 14.00–19.00.

Hjälpmedel: Kursboken "Introduction to Algorithms" (Cormen, Leiserson & Rivest).

Poäng: Totalt kan 40 poäng erhållas. För godkänt krävs ca 16 poäng.

Jourhavande lärare: Peter Jonsson, tel 28 24 15.

Allmänt: Skriv läsligt. Onödigt komplicerade lösningar kan leda till poängavdrag. Bristfälligt motiverade lösningar leder ofelbart till poängavdrag.

Uppgifterna i tentamen är inte ordnade efter svårighetsgrad.

Lycka till!

Peter

Uppgift 1. (8p)
Låt S_1 and S_2 vara mängder innehållande positiva heltal. Tillverka en algoritm som avgör om S_1 och S_2 är disjunkta. Algoritmen ska gå i $O(n \log n)$ tid där $n = |S_1| + |S_2|$.

Uppgift 2. (8p)
En *hamiltonväg* i en graf är en väg som besöker varje nod exakt en gång. Konstruera en algoritm som avgör om riktade, acykliska grafer innehåller hamiltonvägar. Algoritmen skall gå i linjär tid med avseende på grafens storlek.

Uppgift 3. (8p)
En *triangel* i en graf är en cykel med längden 3. Konstruera en algoritm som givet en grafs närhetsmatris kontrollerar om grafen innehåller en triangel. Algoritmen ska gå *strikt* snabbare än $O(n^3)$ där n är antalet noder i n. (M.a.o. algoritmen skall gå i $O(n^{3-\epsilon})$ tid för något $\epsilon > 0$).

Uppgift 4. (8p)
Att lösa linjära ekvationssystem (d.v.s. givet en rationell $m \times n$-matris A och en rationell m-vektor b hitta en rationell n-vektor sådan att $Ax = b$) är ett problem som är lösbart i polynomisk tid. Visa att problemet blir NP-fullständigt om man kräver att varje element i vektorn x skall vara antingen 0 eller 1.

Uppgift 5. (8p)
Nodhöljet till en oriktad graf $G = (V, E)$ är en mängd $U \subseteq V$ sådan att för varje båge $(u, v) \in E$ så är minst en av noderna u, v med i U. Att beräkna det minsta (med avseende på U:s storlek) nodhöljet till en graf är ett välkänt NP-fullständigt problem. Visa att detta problem kan lösas i linjär tid om man begränsar sig till grafer som är träd.