Linköpings Universitet
Institutionen för datavetenskap
Peter Jonsson

TDDA32 Konstruktion och analys av algoritmer

Övningsuppgifter 2

Uppgift 1.
Nodhöljesproblemet definieras så här:

Instans: En graf $G = (V, E)$ och ett heltal $K \geq 0$.

Fråga: Finns en mängd $V' \subseteq V$, $|V'| \leq K$ sådan att för varje $(u, v) \in E$ så gäller $\{u, v\} \cap V' \neq \emptyset$?

Visa att detta problem är NP-fullständigt. Tips: Reduktion från oberoende mängd.

Uppgift 2.
Att lösa linjära ekvationssystem (d.v.s. givet en rationell $m \times n$-matris A och en rationell m-vektor b hitta en rationell n-vektor sådan att $Ax = b$) är ett problem som är lösbart i polynomisk tid. Visa att problemet blir NP-fullständigt om man kräver att varje element i vektorn x skall vara antingen 0 eller 1.

Uppgift 3.
Visa att följande problem (som är en begränsad variant av 3SAT) är NP-fullständigt:

Instans: En mängd U innehållande variabler och en mängd $C = \{c_1, \ldots, c_n\}$ där varje c_i antingen har utseendet $(x \vee y \vee z)$ eller $(\neg x \vee \neg y \vee \neg z)$ för x, y, z valda ur U.

Fråga: Är formeln $c_1 \wedge ... \wedge c_n$ satisfierbar.

Uppgift 4.
Konstruera en algoritm för följande problem:

Instans: 3SAT-formel.

Fråga: Finns det en modell som gör exakt en literal i varje klausul sann?

Algoritmen ska gå i $O(c^n)$ tid där $c < 2$ och n är antal variabler i formeln.

Uppgift 5.
Visa att problemet i uppgift 4 är NP-fullständigt.