Redovisningsuppgift i TDDC75 Diskreta strukturer
Uppgift 3: Induktion

Mikael Asplund

Vi ska visa att om $x \geq 0$ så gäller $(1+x)^n \geq 1 + nx$ för alla heltal $n \geq 1$.

Bevis. Låt x vara ett godtyckligt icke-negativt tal. Låt $P(n)$ vara påståendet att $(1+x)^n \geq 1 + nx$. Vi ska visa att $P(n)$ är sant för alla $n \geq 1$, vilket vi gör genom induktion.

- Bassteget: Först visar vi att $P(1)$ är sant, dvs att $(1+x)^1 \geq 1 + 1x$. Om vi utgår från vänsterledet $VL = (1+x)^1 = 1 + x = 1 + 1x = HL$, så ser vi att likhet gäller, och alltså är påståendet sant.

- Induktionssteget: Anta att $P(k)$ är sant för något $k \geq 1$. Vi ska nu visa att då gäller också att $P(k+1)$ är sant. Vi ska alltså visa att $(1+x)^{k+1} \geq 1 + (k+1)x$.

$$VL = (1+x)^{k+1} = (1+x)(1+x)^k \geq \text{/enl. induktionsantagande, och eftersom } x \geq 0\text{/}$$

$$\geq (1+x)(1+kx) = 1 + x + kx + kx^2 = 1 + x(k+1) + kx^2 \geq \text{/eftersom } x \geq 0 \text{ och } k \geq 1\text{/}$$

$$\geq 1 + x(1+k) = HL$$

Av de båda stegen och induktionsprincipen gäller $P(n)$ för alla heltal $n > 1$. □