Redovisningsuppgift i TDDC75 Diskreta strukturer
Uppgift 2: Mängder, lösningsförslag

Mikael Asplund

a) $A \in (A \cup B)$ gäller ibland

Bevis. Vi visar detta genom att först visa ett fall där påståendet gäller, och sen ett fall då påståendet inte gäller.

- Låt $A = \varnothing$ och $B = \{\varnothing\}$. Då blir $A \cup B = \varnothing \cup \{\varnothing\} = \{\varnothing\}$, och det stämmer att $\varnothing \in \{\varnothing\}$.
- Låt $A = B = \varnothing$. Då blir $A \cup B = \varnothing \cup \varnothing = \varnothing$, och $\varnothing \notin \varnothing$.

$\square$

b) $2^{A \cap B} \subseteq 2^{A \cup B}$ gäller **alltid**.

Bevis. Låt S vara en godtycklig mängd och antag att $S \in 2^{A \cap B}$, vi ska nu visa att det medför att $S \in 2^{A \cup B}$. Enligt definitionen av potensmängd så innebär antagandet att $S \subseteq A \cap B$. Vi har nu att betrakta två fall antingen $S = \varnothing$, eller $S \neq \varnothing$.

(a) Om $S = \varnothing$ så gäller per definition också att $S \subseteq A \cup B$.

(b) S är inte tom, så låt x vara ett godtyckligt element i S. Då gäller att $x \in A$ och $x \in B$. Alltså gäller självklart även att $x \in A$ eller $x \in B$, dvs $x \in A \cup B$. Eftersom detta gäller för godtyckligt element i S så vet vi att $S \subseteq A \cup B$

I båda fallen så gäller $S \subseteq A \cup B$ vilket alltså innebär att $S \in 2^{A \cup B}$. $\square$