TENTAMEN I
TDDC75 DISKRETA STRUKTURER

2015-08-29

- Inga hjälpmedel är tillåtna.
- Svaren på samtliga uppgifter *måste motiveras* och motiveringarna ska vara uppställda på sådant sätt att det *går att följa hur du tänkt*. (Ett korrekt svar utan motivering ger i allmänhet ingen poäng.)
- Jour: Christer Bäckström för diskret matematik och Oscar Gustafsson för digitalteknik.
- Visning: Meddelas senare på kurshemsidan.
- Maxpoäng på hela tentamen är 50 poäng. För betyg 3 krävs minst 25 poäng, för betyg 4 minst 34 poäng och för betyg 5 minst 42 poäng.

Lycka till.

Diskret matematik

I uppgifterna betecknar $\mathbb{N}$ de naturliga talen.
Glöm inte att motivera dina svar!

1. Visa eller motbevisa var och en av följande likheter, där "\" betecknar mängddifferens: (6 p)

   (a) $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B$.

   (b) $(A \setminus B) \cup (A \setminus C) = A \setminus (B \cap C)$.

   (c) $2^{A \setminus B} = 2^A \setminus 2^B$.

2. Låt $A = \{1, 2, 3, 4\}$ och definiera relationen R på A som (6 p)

   $$R = \{\langle 1, 2\rangle, \langle 2, 3\rangle, \langle 2, 4\rangle, \langle 3, 1\rangle, \langle 3, 4\rangle\}$$

   (a) Beräkna R^+, dvs. det transitiva höljet av R.

   (b) Är R^+ reflexiv?

   (c) Är R^+ symmetrisk?

   (d) Är R^+ antisymmetrisk?

3. Låt $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ och låt funktionen $f : A \to A$ vara definierad som $f(n) = 6-n$ för alla $n \in A$. Vi definierar som vanligt utvidgningen av f till en delmängd $S \subseteq A$ som $f(S) = \{f(n) \mid n \in S\}$. (6 p)

   (a) Beräkna $f(\{1, 3\})$ och $f(A)$.

   (b) Låt $P = \{\{1, 3\}, \{2, 5\}, \{4\}\}$, dvs. P är en partition på A. Definiera mängden $Q = \{f(S) \mid S \in P\}$. Är Q en partition på A?

4. Låt A och B vara mängder. Antag att R är en partialordning på A och att Q är en partialordning på B. Definiera relationen $T = R \cup Q$. (6 p)

   (a) Visa att T alltid är en partialordning om A och B är disjunkta (dvs. $A \cap B = \varnothing$).

   (b) Visa att T inte måste vara en partialordning om A och B överlappar (dvs. $A \cap B \neq \varnothing$).

5. Definiera funktionen $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ som (5 p)

$$f(n) = \begin{cases} 2, & \text{om } \; n = 0 \\ 2f(n-1) - n, & \text{om } \; n \geq 1. \end{cases}$$

   Visa med induktion över n att $f(n) = n + 2$ för alla $n \geq 0$.