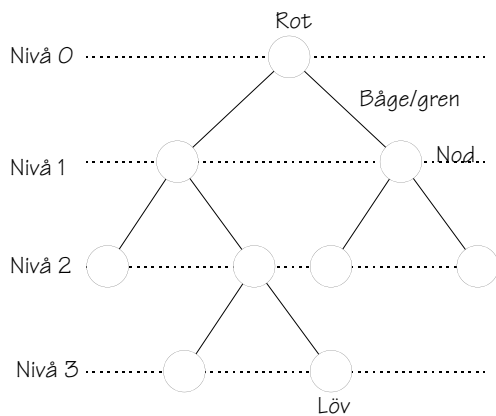


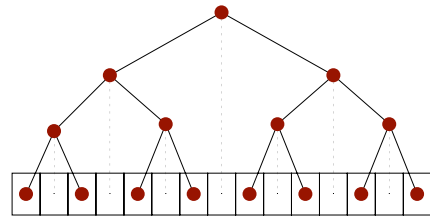
## Träd



- Förälder
- Barn
- Intern nod
- Föregångare (eng. ancestors)
- Efterföljare (eng. descendants)
- Subträd

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Binär sökning är trädsökning



Copyright©1998 Ulf Nilsson

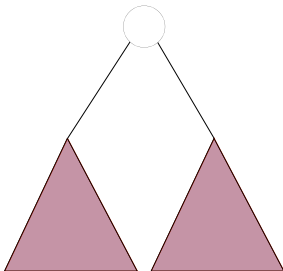
## Binärt träd

Ett binärt träd är antingen ett tomt träd eller en trädnod med två binära subträd.

Tomt binärt träd:



Icke-tomt binärt träd:



Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Komplett binärt träd

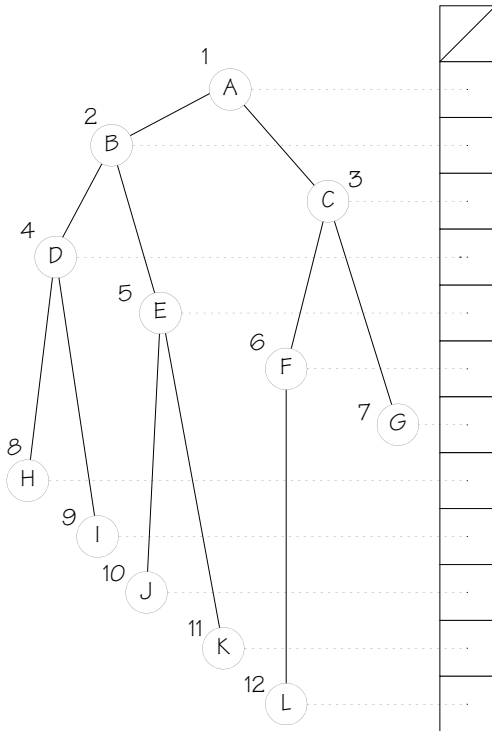
Låt  $T$  vara ett binärt träd.  
Antag att  $T$  har  $n$  st nivåer.

$T$  kallas ett komplett binärt träd om:

- Alla löv är på nivå  $n$  eller  $n-1$ ;
- Alla löv på nivå  $n$  är "vänsterplacerade";
- Det finns inga "tomma platser" på nivåerna  $< n$ .

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Kontinuerlig sekvensiell representation



Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Heap

- En heap är ett komplett binärt träd där varje nod har egenskapen att alla noder i de båda subträden har lägre nycklar.
- En heap kan representeras med en array!!!
- En prioritetsskö kan representeras med en heap!!!

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Prioritetsskö med heap-representation

```
class PriorityQueue {
    private int count;
    private int capacity;
    private int capacityIncrement;

    private ComparisonKey[] items;

    public PriorityQueue() {
        count = 0;
        capacity = 16;
        capacityIncrement = 8;
        items = new ComparisonKey[capacity];
    }

    public int size() {
        return count;
    }

    public ComparisonKey remove() {
        // Se OH 9
    }

    public void insert(ComparisonKey item) {
        // Se OH 10
    }
} // end PriorityQueue class
```

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Prioritetsskö (forts.)

```
interface ComparisonKey {
    int compareTo(ComparisonKey value);
    String toString();
}

class PQItem implements ComparisonKey {
    int key;

    PQItem(int value) {
        key = value;
    }

    public String toString() {
        return Integer.toString(key);
    }

    public int compareTo(ComparisonKey value) {
        int a = this.key;
        int b = ((PQItem)value).key;
        if( a == b ) return 0;
        else if( a > b ) return 1;
        else return -1;
    }
}
```

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Remove

```

public ComparisonKey remove() {
    if (count == 0) return null;
    else {
        int current;
        int child;
        ComparisonKey itemToPlace;
        ComparisonKey itemToReturn;

        itemToReturn = items[1];
        itemToPlace = items[count--];
        current = 1;
        child = 2 * current;

        while (child <= count) {
            if (child < count) {
                if (items[child+1].compareTo(items[child]) > 0) {
                    child++;
                }
            }
            if (items[child].compareTo(itemToPlace) > 0) {
                items[current] = items[child];
                current = child;
                child = 2 * current;
            } else {
                items[current] = itemToPlace;
                return itemToReturn;
            }
        } //end while

        items[current] = itemToPlace;
        return itemToReturn;
    } //end if
} //end remove()

```

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Insert

```

public void insert(ComparisonKey item) {
    if (count == capacity - 1) {
        capacity += capacityIncrement;
        ComparisonKey[] tempArray =
            new ComparisonKey[capacity];
        for (int i = 1; i <= count; i++) {
            tempArray[i] = items[i];
        }
        items = tempArray;
    }

    count++;
    int child = count;
    int parent = child/2;
    while (parent != 0) {
        if (item.compareTo(items[parent]) <= 0) {
            items[child] = item;
            return;
        } else {
            items[child] = items[parent];
            child = parent;
            parent = child/2;
        } //end if
    } //end while
    items[child] = item;
} //end insert()

```

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Komplexitet

	Bygg kö <sup>a</sup>	remove	insert
Heap	$O(n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$
Sorterad lista	$O(n^2)$	$O(1)$	$O(n)$
Osorтерad array	$O(1)$	$O(n)$	$O(1)$

a.) Från en osorтерad array

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Traversering av binärt träd

- Pre-order
  - (1) roten
  - (2) vänster delträd i pre-order
  - (3) höger delträd i pre-order
- In-order
  - (1) vänster delträd i in-order
  - (2) roten
  - (3) höger delträd i in-order
- Post-order
  - (1) vänster delträd i post-order
  - (2) höger delträd i post-order
  - (3) roten
- Level-order
  - (1) nivå 0
  - (2) nivå 1
  - (3) nivå 2,  
etc.

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Traversering av länkad representation

```

class TreeNode {
    String key;
    TreeNode left;
    TreeNode right;
}

static void preorder(TreeNode T) {
    if( nonempty(T) ) {
        visit(T);
        preorder(T.left);
        preorder(T.right);
    }
}

static void inorder(TreeNode T) {
    if( nonempty(T) ) {
        inorder(T.left);
        visit(T);
        inorder(T.right);
    }
}

static void postorder(TreeNode T) {
    if( nonempty(T) ) {
        postorder(T.left);
        postorder(T.right);
        visit(T);
    }
}

```

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Traversering (ickerekursiv)

```

void traverse(TreeNode T) {
    Stack S = new Stack();
    TreeNode N;

    S.push(T);

    while( ! S.empty() ) {
        N = (TreeNode)S.pop();

        if( nonempty(N) ) {
            visit(N);
            S.push(N.right);
            S.push(N.left);
        }
    }
}

```

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Traversering (ickerekursiv)

```

void traverse(TreeNode T) {
    Queue Q = new Queue();
    TreeNode N;

    Q.insert(T);

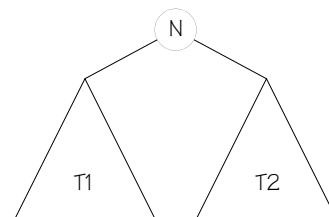
    while( ! Q.empty() ) {
        N = (TreeNode)Q.remove();

        if( nonempty(N) ) {
            visit(N);
            Q.insert(N.left);
            Q.insert(N.right);
        }
    }
}

```

Copyright©1998 Ulf Nilsson

## Binärt sökträd



Ett binärt träd kallas ett binärt sökträd om det för varje nod gäller att om noden har nyckeln N så är

- alla nycklar i T1 mindre än N
- alla nycklar i T2 är större än N

Copyright©1998 Ulf Nilsson